Von der Sternwarte der Universität Breslau.

Beiträge zur Extinktion des Fixsternlichts in der Erdatmosphäre.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

philosophischen Fakultät

der Schlesischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Breslau

eingereicht und mit ihrer Genehmigung veröffentlicht

von

Hans G. Wolff

aus Breslau-Rothkretscham.

Am Freitag, den 15. September 1911, vormittags 11 Uhr in der Aula der Universität:

Vortrag:

Probleme der modernen Aërologie

anschließend Promotion.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Leipzig

Wilhelm Engelmann

1911.

Veröffentlicht mit Genehmigung der Hohen philosophischen Fakultät der Schlesischen Friedrich-Wilhelms Universität zu Breslau.

Referent: Prof. Dr. Julius Franz

Das mündliche Examen fand statt am 22. Februar 1911.

Separat-Abdruck aus Gerlands Beiträgen zur Geophysik Bd. XI, Heft 2/3.

Druck der Königl. Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

MEINEN ELTERN.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543112_0039

Einleitung.

Der schwächende Einfluss, den unsere Atmosphäre auf das zu uns gelangende Licht der Himmelskörper ausübt, ist ein vielgestaltiger. Die Helligkeit eines Sterns ist verschieden je nach der Höhenlage des Beobachtungsortes, verschieden je nach seinem Stand über dem Horizont, und schliesslich erscheinen uns alle Gestirne am Horizont anders gefärbt als im Zenit. Die Gesetzmässigkeiten aller dieser Erscheinungen festzustellen, ist die Aufgabe der Extinktionstheorie.

Während man anfänglich nur mit optischen Methoden die Gesamtstrahlung der Himmelskörper untersuchte, ist man später auch kalorimetrisch vorgegangen — speziell bei der Sonne — und endlich hat man die Strahlung spektral zerlegt und die Absorption der einzelnen Wellenlängen untersucht. Die spektralen Methoden lieferten das unerwartete Resultat, dass die Atmosphäre nicht alle Strahlensorten gleichmässig schwächt, sondern dass gewisse Spektralgebiete vorzugsweise stark oder gänzlich absorbiert werden, während andere sehr leicht hindurchgelassen werden; es gibt also eine „selektive Absorption" der Atmosphäre. Durch verschiedene in der Atmosphäre vorhandene Gase — Sauerstoff, Ozon, Kohlensäure — sowie Wasserdampf werden bestimmte Wellenlängen des Lichts völlig ausgelöscht, und es treten im Spektrum an diesen Stellen dunkle Linien auf; ausserdem äussert sich die selektive Absorption kontinuierlich

über das ganze Spektrum derart, dass die brechbareren Strahlen stärker geschwächt werden, als die weniger brechbaren, so dass bei genügender Länge der von den Lichtstrahlen durchsetzten Schicht nur die letzteren übrig bleiben. Aus diesem Grunde erscheint uns z. B. die untergehende Sonne rötlich, während sie an der Grenze der Atmosphäre bläulich aussehen müsste. Die erst erwähnte diskontinuierliche Wirkung der selektiven Absorption schwächt das Gesamtlicht des Sterns in kaum merkbarer Weise.

Die von Bouguer[1]) und Lambert[2]) zuerst aufgestellten Absorptionsgesetze haben noch heute Gültigkeit; nachdem man aber neben der quantitativen auch die qualitative Änderung der Strahlung in der Atmosphäre erkannt hatte, waren gewisse Einschränkungen im Gültigkeitsbereich erforderlich, die dem Einfluss der selektiven Absorption Rechnung tragen.

Als Hauptergebnis der selektiven Absorptionstheorie folgt, dass der sogenannte Durchlässigkeitskoeffizient der Atmosphäre keine Konstante ist, (wie Bouguer und Lambert annahmen), sondern kontinuierlich sich ändert mit der Erhebung des Gestirns über den Horizont.

In der vorliegenden Arbeit ist der Versuch gemacht, mit Hilfe der mittleren Potsdamer Extinktionstabelle den Einfluss der selektiven Absorption auf das Sternenlicht darzulegen und die Durchlässigkeit der Atmosphäre für verschiedene Zenitdistanzen und verschieden gefärbte Sterne zu bestimmen.

Im ersten Abschnitt wird das von Bouguer und Lambert aufgestellte Exponentialgesetz abgeleitet, die Einwände, die dagegen erhoben wurden (Langley), behandelt, der Streit für und wider Langley und die Bestätigung seiner Ansichten in neuerer Zeit.

Im zweiten Abschnitt werden neben einigen Versuchsrechnungen über die Grösse des Durchlässigkeitskoeffizienten p neue Formen des Bouguerschen Gesetzes diskutiert, die dem veränderlichen Charakter von p gerecht werden.

Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Bestimmung des zenitalen Durchlässigkeitskoeffizienten p_0; nachdem gezeigt worden ist, dass alle bisherigen Bestimmungen fehlerhaft sind, werden mit einem angenommenen Wert p_0 aus der mittleren Potsdamer Extink-

---

[1]) Bouguer, Traité d'optique. Paris 1760.

[2]) Lambert, Photometria. 1760.

tionstabelle die Durchlässigkeitskoeffizienten für verschiedene Zenitdistanzen bestimmt.

Im vierten Abschnitt ist der Einfluss der Farbe des Gestirns behandelt. Durch Einführung der sogenannten „effektiven Wellenlänge" als Äquivalent für die Farbe ist die Möglichkeit gegeben, für die fünf Potsdamer Extinktionssterne getrennt die Durchlässigkeit der Atmosphäre zu prüfen. Ausserdem gelingt es, eine Beziehung zwischen dem Durchlässigkeitskoeffizienten p und der durchstrahlten Luftmasse m aufzustellen, die es gestattet, eine mittlere Extinktionstabelle durch Rechnung herzustellen und sie mit der Potsdamer Tabelle zu vergleichen.

Im Anhang wird ein kurzer Abriss über die Berechnung der durchsetzten Luftmasse m gegeben, und schliesslich folgt die für Potsdam gültige Tabelle der Luftmassen, die die Strahlen bei beliebiger Zenitdistanz durchlaufen.

1. Abschnitt.

Die Absorption des Lichts in einem homogenen Medium wird durch eine Exponentialformel

$$J_s = Jp^s$$

ausgedrückt; hierin bedeutet J die ursprüngliche Intensität des eindringenden Lichts, J_s dieselbe nach Durchlaufen einer Schicht von der Dicke s und p den sogenannten Transmissionskoeffizienten, d. h. das Verhältnis der durchgelassenen zur auffallenden Intensität in einer Schicht von der Dicke 1. Die Herleitung dieses Gesetzes beruht auf der Annahme, dass beim Durchlaufen gleicher Schichten das Licht immer um ein und denselben bestimmten Teil seiner Intensität geschwächt wird. Ist also nach Durchlaufen der Einheitsschicht die ursprüngliche Intensität J auf

$$J_1 = Jp$$

gesunken, wo $p = \frac{J_1}{J}$ nach obiger Definition, so ist nach Durchlaufen einer weiteren Schicht von der Dicke 1 die Intensität J_1 auf $J_1 p$ reduziert worden, so dass

$$J_2 = J_1 p = Jp^2$$

Nach Durchsetzen einer 3. Einheitsschicht ist die austretende Intensität

$$J_3 = J_2 p = J_1 p^2 = Jp^3$$

allgemein nach Durchsetzen einer Schicht von der Dicke s

$$J_s = Jp^s$$

Für diese Formel kann man auch eine strenge Herleitung geben:

$$\text{Sei} \quad J_s = f(s)$$

die Intensität des Lichts nach Durchgang durch eine Schicht von der Dicke s, und dJ_s der Lichtverlust beim weiteren Durchgang einer unendlich dünnen Schicht ds. Die einfachste Annahme, die man über dJ_s machen kann, ist, dass die Schwächung proportional der Intensität J_s und der Dicke der durchsetzten Schicht ds ist. Ist c der Proportionalitätsfaktor und berücksichtigt man, dass dJ_s eine negative Grösse ist, so erhält man

$$dJ_s = -cJ_s\,ds$$

integriert

$$\log J_s = -c \cdot s + C$$

für $s = o$ erhält man die ursprüngliche Intensität J, also

$$C = \log J$$

$$\log J_s = -c \cdot s + \log J$$

$$J_s = J e^{-c \cdot s}$$

und setzt man

$$e^{-c} = p$$

so erhält man die oben angegebene Exponentialform

$$J_s = J p^s$$

Den in der Differentialgleichung vorkommenden Proportionalitätsfaktor c nennt man den Absorptionskoeffizienten des Mediums; er steht zum Transmissionskoeffizienten p in der einfachen Beziehung

$$c = -\log \text{nat}\, p$$

Bouguer und Lambert, die beide zu demselben Exponentialgesetz gelangten, wandten es auch zur Bestimmung der Absorption des Lichts in der Atmosphäre an und definierten als Schichteinheit die Dicke der Atmosphäre in zenitaler Richtung; hier ist also der Transmissionskoeffizient das Verhältnis der an der Erdoberfläche ankommenden Intensität zu der ausserhalb der Atmosphäre herrschenden bei senkrechter Incidenz der Strahlen. Ist J_o die Intensität des betreffenden leuchtenden Körpers im Zenit des Beobachtungsortes, J dieselbe ausserhalb der Atmosphäre, p der Transmissionskoeffizient, so ist

$$\frac{J_o}{J} = p$$

und man hat nun in der modifizierten Form des Bouguerschen Absorptionsgesetzes

$$J_s = J_o p^{s-1}$$

eine Beziehung zwischen der bei der Schichtdicke s vorhandenen Intensität J_s und der im Zenit J_0, die deshalb geeigneter ist als die ursprüngliche Form, weil J^0 entweder eine direkt zu beobachtende Grösse ist, oder aber durch Extrapolation bestimmt werden kann, während J, die Intensität ausserhalb der Atmosphäre, eine der Unbekannten des Extinktionsproblems ist.

Streng genommen, gilt das Bouguersche Gesetz nur für homogenes Licht und für ein homogenes Medium. Unsere Atmosphäre ist nun keineswegs ein homogenes Medium, aber wir können sie uns in unendlich viele, unendlich dünne, zur Erdoberfläche konzentrische Schichten zerlegt denken, innerhalb deren wir das Medium als homogen und die Differentialgleichung mit einem konstanten Wert des Absorptionskoeffizienten c als gültig ansehen können. Integriert man nun über sämtliche Schichten, so erhält man das Bouguersche Gesetz in folgender Form

$$J_s = Je^{-\int c\,ds}$$

c ist jetzt keine Konstante mehr, sondern abhängig von der Höhe; macht man die vereinfachende Annahme, dass der Absorptionskoeffizient proportional der Dichte δ des Mediums ist

$$c = \varkappa \cdot \delta \qquad \text{(Beersches Gesetz)}$$

und ersetzt man das Integral $\int \delta \cdot ds$, das in unserem Fall die vom Licht durchsetzte Luftmasse bedeutet, durch m, so kann man wieder auf die alte Form des Bouguerschen Gesetzes kommen

$$J_s = Je^{-\varkappa \cdot m}$$

Die Berechnung des Integrals $m = \int \delta \cdot ds$ ist gleichfalls Gegenstand der Extinktionstheorie.

Ob das Bouguersche Gesetz auch auf zusammengesetztes Licht, wie wir es in der von den Gestirnen zu uns gelangenden Strahlung vorfinden, anwendbar ist, ist eine viel umstrittene Frage. Wir wissen, dass Licht verschiedener Wellenlängen verschieden absorbiert wird; es ist also sehr fraglich, ob man mit einem mittleren Transmissionskoeffizienten für zusammengesetztes Licht auskommt. Dieselbe Erscheinung bewirkt auch, dass die in die Atmosphäre eindringende Strahlung nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ geändert wird, denn die leichter absorbierbaren Strahlen sind bei genügender Dicke der durchsetzten Schicht bereits völlig ausgelöscht, und es bleiben nur die Strahlen übrig, für die die Atmosphäre nahezu durchsichtig ist. Damit ist auch die Annahme eines kon-

stanten Transmissionskoeffizienten, wie ihn die Bouguersche Theorie annimmt, in Frage gestellt.

Forbes[1]), der wohl zuerst die Gültigkeit des Bouguerschen Gesetzes in Zweifel zog, knüpft an die letztere Tatsache an. Schon Lambert hatte gefunden, dass Sonnenlicht beim Durchgang durch mehrere hintereinander befindliche, gleich dicke Glasplatten nicht immer um denselben Bruchteil geschwächt wurde, sondern dass die Durchlässigkeit zunahm mit der Anzahl der Platten. Dasselbe findet nach Forbes beim Durchgang der Strahlen durch die Atmosphäre statt, und er vergleicht die Wirkung der Luft mit der eines roten Glases. Ein dünnes rotes Glas lässt Licht aller Wellenlängen ziemlich ungehindert durch, ein genügend dickes aber nur noch die roten Strahlen; die Absorptionskonstante und damit die Durchlässigkeit des roten Glases ist verschieden je nach der Dicke desselben, und zwar erhält man einen grösseren Durchlässigkeitskoeffizienten beim Durchgang der Strahlen durch ein dickeres Glas; denn hier sind die leicht absorbierbaren Strahlen bereits völlig ausgelöscht und nur diejenigen übrig geblieben, deren Durchlässigkeitskoeffizient sehr gross ist. Forbes schloss weiter: Wenn die Atmosphäre wie ein rotes Glas wirkt, so muss der spezifische Transmissionskoeffizient d. i. der Transmissionskoeffizient pro Schichteinheit verschieden ausfallen, je nachdem er bestimmt wird aus Beobachtungen in der Nähe des Zenits, wo die durchsetzte Luftschicht klein ist, oder in der Nähe des Horizonts, wo die Luftschicht sehr gross ist, und zwar muss für den Horizont eine grössere spezifische Durchsichtigkeit sich ergeben, wie für das Zenit. (Forbessches Phänomen.) Forbes bestritt also die Konstanz des Transmissionskoeffizienten p und damit auch die Anwendbarkeit des Bouguerschen Gesetzes auf zusammengesetztes Licht.

Radau[2]) stellte für die Absorption des Lichts in der Atmosphäre die Gleichung auf

$$J_s = J_1 p_1^s + J_2 p_2^s + \ldots J_n p_n^s$$

wo J_1, J_2 . . . J_n die Intensitäten des Lichts für die einzelnen Wellenlängen ausserhalb der Atmosphäre und p_1, p_2 . . . p_n die zugehörigen Transmissionskoeffizienten sind; er ersetzt also die einfache Exponentialfunktion durch eine Summe von Exponentialfunktionen

$$J_s = \sum_{\lambda=1}^{n} J_\lambda p_\lambda^s$$

[1]) Forbes, On the transparency of the atmosphere. Phil. Transact. 1842.
[2]) Radau, Aktinometrie 1877.

und zeigte, dass der mittlere Transmissionskoeffizient p der Gesamtstrahlung, d. i. also das Verhältnis der gesamten durchgelassenen zur gesamten auffallenden Strahlung, sich ändert mit s, der Dicke der durchsetzten Schicht. Ändert sich s wenig, in der Nähe des Zenits, so kann man, wenn $\bar{p}$ ein Mittelwert der einzelnen p_1, p_2 . . . p_n ist, die Formel schreiben

$$J_s = \bar{p}^s \,.\, \Sigma J = I\, \bar{p}^s$$

wo

$$I = \Sigma J$$

Man kommt hier mit einem Term der Radauschen Formel aus. In der Nähe des Horizonts aber, wo s sehr gross ist, fallen diejenigen Glieder, deren Transmissionskoeffizient klein ist, aus, und es bleiben nur die übrig, bei denen p nahe der Einheit ist. Nimmt man wieder einen Mittelwert als Transmissionskoeffizient der Gesamtstrahlung, so wird derselbe jetzt grösser sein als in der Nähe des Zenits. Beobachtungen von Forbes, Quetelet, Desains und Janssen[1]) haben das bestätigt.

Langley[2]) knüpfte an die Radausche Form des Absorptionsgesetzes an und zeigte, ausgehend von der Tatsache, dass die Absorption wächst vom Rot zum Blau des Spektrums, in mathematischer Strenge, dass der aus Radaus Formel sich ergebende mittlere Transmissionskoeffizient stets kleiner ist als der aus dem einfachen Bouguerschen Gesetz folgende, und dass ferner der Transmissionskoeffizient mit wachsender Schichtdicke grösser werden muss.

Der Einfachheit halber sei angenommen[3]), das ursprüngliche Licht bestehe aus 2 Strahlensorten A und B mit den Transmissionskoeffizienten a und b und den Intensitäten A_0 und B_0. Die beobachtete Intensität sei C_1 nach Durchlaufen einer Schicht m, C_2 nach Durchlaufen einer Schicht 2 m. Dann ist nach Langley:

$$C_1 = A_0 a^m + B_0 b^m$$
$$C_2 = A_0 a^{2m} + B_0 b^{2m}$$

nach Bouguer:

$$C_1 = C_0 c^m$$
$$C_2 = C_0 c^{2m}$$

wenn C_0 die Gesamtintensität ausserhalb der Atmosphäre und c der mittlere Transmissionskoeffizient ist. Ist a = b = c, so ist C_0 =

1) Radau, l. c. pag. 24.

2) Langley, Americ. Journal 28. 1884.

3) s. Abbot und Fowle, Annals of the Astroph. Obs. of Smithsonian Inst. Vol. II. pag. 16. 1908.

$A_0 + B_0$. Da aber a, b, c voneinander verschieden sein sollen, wird

$$A_0 + B_0 - C_0 \neq 0 \quad \text{sein.}$$

Man findet

$$A_0 + B_0 - C_0 = A_0 + B_0 - \frac{C_1^2}{C_2}$$

$$= A_0 + B_0 - \frac{(A_0 a^m + B_0 b^m)^2}{A_0 a^{2m} + B_0 b^{2m}}$$

$$= \frac{A_0 B_0}{A_0 a^{2m} + B_0 b^{2m}} (a^m - b^m)^2$$

Dieser Ausdruck ist stets positiv; d. h. die Bouguersche einfache Exponentialformel liefert für die ursprüngliche Intensität stets einen zu kleinen Wert, also für den Transmissionskoeffizienten stets einen zu grossen Wert. Letzterer muss auch mit wachsendem m zunehmen; der Beweis ist leicht zu führen. Die ursprüngliche Intensität sei $A_0 + B_0$, nach dem Durchgang durch die Einheitsschicht ist sie auf $A_0 a + B_0 b$ gesunken, nach Durchgang einer Schicht von der Dicke $2 : A_0 a^2 + B_0 b^2$ usw., allgemein nach Passieren einer Schichtdicke $m : A_0 a^m + B_0 b^m$. Die Transmissionskoeffizienten sind dann

$\frac{A_0 a + B_0 b}{A_0 + B_0}$ nach Durchgang durch 1 Schicht

$\left(\frac{A_0 a^2 + B_0 b^2}{A + B_0}\right)^{\frac{1}{2}}$ nach Durchgang durch 2 Schichten

$\left(\frac{A_0 a^m + A_0 b^m}{A_0 + B_0}\right)^{\frac{1}{m}}$ nach Durchgang durch m Schichten.

Es lässt sich nun zeigen, dass

$$\frac{A_0 a + B_0 b}{A_0 + B_0} < \left(\frac{A_0 a^2 + B_0 b^2}{A_0 + B_0}\right)^{\frac{1}{2}} < \ldots < \left(\frac{A_0 a^m + B_0 b^m}{A_0 + B_0}\right)^{\frac{1}{m}}$$

wenn a von b verschieden ist. Bilden wir die Differenz

$\left(\frac{A_0 a^2 + B_0 b^2}{A_0 + B_0}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{A_0 a + B_0 b}{A_0 + B_0}$ und multiplizieren sie mit der stets positiven Grösse $\left(\frac{A_0 a^2 + B_0 b^2}{A_0 + B_0}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{A_0 a + B_0 b}{A_0 + B_0}$, um die lästige Potenz $\frac{1}{2}$ wegzuschaffen, so erhalten wir

$$\frac{A_0 a^2 + B_0 b^2}{A_0 + B_0} - \left(\frac{A_0 a + B_0 b}{A_0 + B_0}\right)^2 = \frac{A_0 B_0}{(A_0 + B_0)^2} (a - b)^2$$

und das ist stets positiv, d. h. der Transmissionskoeffizient, bestimmt

aus dem Durchgang der Strahlung durch eine Schicht von der Dicke 2, ergibt sich grösser, als beim Durchgang der Strahlung durch eine Schicht von der Dicke 1. Der Beweis lässt sich ebenso für Schichtdicken m und m-1 führen, die obigen Ungleichungen bestehen also zu Recht.

Die beiden Beweise, die hier für 2 Strahlensorten A und B geführt worden sind, gelten natürlich auch für eine Summe von Strahlen, wie sie das Spektrum enthält.

Noch eine zweite Tatsache führt Langley zum Beweis seiner Ansichten an: Es gibt Strahlen, deren Durchlässigkeitskoeffizient so gering ist, dass sie nach Passieren geringer Schichten praktisch bereits völlig ausgelöscht sind. Ein Beweis sind die zahlreichen tellurischen Linien im Sonnenspektrum. Man kann also aus der Intensität des Lichts an der Erdoberfläche keinen sicheren Schluss auf die Intensität ausserhalb der Atmosphäre ziehen; man wird dieselbe immer um den Betrag der völlig absorbierten Strahlung zu klein finden.

Auf Grund seiner umfangreichen Untersuchungen kam Langley zu dem Resultat, dass der Lichtverlust in zenitaler Richtung 40 % betrage, während nach Bouguer etwa die Hälfte (19 %) anzunehmen ist. Hier möge eingeschaltet werden, dass man den Transmissionskoeffizienten p aus wenigstens 2 Helligkeitsmessungen eines Gestirns bei möglichst verschiedenem Stand über dem Horizont bestimmt. Ist J_1 und J_2 die beobachtete Intensität bei den zugehörigen Schichtdicken s_1 und s_2, so ist nach Bouguer

$$J_1 = J p^{s_1} \qquad J_2 = J p^{s_2}$$

$$\log \left(\frac{J_1}{J_2}\right) = (s_1 - s_2) \log p$$

woraus sich p leicht berechnen lässt. Bouguer bestimmte p aus vielen Beobachtungen im Mittel zu $p = 0{,}81$, während Langley $p = 0{,}60$ als verbesserten Wert findet.

Die theoretische Berechtigung von Langleys Einwänden konnte nicht bestritten werden, wohl aber ihre praktische Bedeutung.

Abney[1]), Fröhlich[2]), Michalke[3]) kamen auf Grund eigener Untersuchungen zu der Überzeugung, dass das einfache Exponentialgesetz befriedigende Beobachtungen zusammengesetzten Lichtes darzustellen vermag, und fanden für die Transmission der Atmosphäre

[1]) Abney, Transmission of Sunlight. Phil. Transact. Vol. 178 A. 1887.
[2]) Fröhlich, Messungen der Sonnenwärme. Met. Ztschr. 1884.
[3]) Michalke, Inaug.-Diss. Breslau 1886.

einen ähnlichen Wert wie Bouguer. Seeliger[1]) zeigte, dass gewisse systematische Unterschiede zwischen Beobachtung und Theorie bei der Potsdamer Extinktionstabelle bestehen, die zu Langleys Gunsten sprechen, bestritt aber den grossen Einfluss der Langleyschen Theorie auf den Wert von p. Der wahre Wert des Transmissionskoeffizienten liegt nach ihm zwischen $p = 0{,}75$ und $p = 0{,}82$.

Müller[2]) wandte sich vor allem gegen die von Langley und Forbes ausgesprochene Behauptung, dass die Transmissionskoeffizienten nach dem Horizont hin kontinuierlich wachsen müssten. Er wies nach, dass an keiner der in Betracht kommenden Extinktionstabellen — der Münchener von L. Seidel und der Potsdamer von Müller — ein derartiger Gang der Transmissionskoeffizienten zu bemerken sei; dieselben zeigten eine bemerkenswerte Konstanz, mitunter war ein Gang der Werte in entgegengesetztem Sinne zu verzeichnen. Um die Langleyschen Einwände zu entscheiden, stellte Müller photometrische Beobachtungen auf dem Säntis[3]) und später mit Kempf am Fusse und auf dem Gipfel des Ätna[4]) an; nach Langley hätte er auf dem Berggipfel eine grössere spezifische Absorption als in der Ebene erhalten müssen, weil auf dem höher gelegenen Punkt noch Strahlensorten vorhanden sein werden, die in der Ebene bereits völlig absorbiert sind. Die Atmosphäre über dem Berge ist als dünnes rotes Glas, die über der Ebene als dickes rotes Glas im Sinne Forbes zu betrachten. Müllers Untersuchungen ergaben nun gerade das Gegenteil, eine geringere Absorption der Strahlung auf hoch gelegenen Punkten. Damit schien die praktische Bedeutung von Langleys Einwendungen erledigt zu sein, der Streit zu seinen Ungunsten entschieden.

Neuerdings hat Bemporad in mehreren Arbeiten entschiedene Beweise für die Langleyschen Ansichten erbracht. In einer Neubearbeitung der Müllerschen Säntisbeobachtungen[5]) zeigte er, dass die beiden für die Absorption der Atmosphäre charakteristischen Grössen J_0 und p, die Intensität des Lichts im Zenit und der Transmissionskoeffizient, nicht die einfache Bedeutung besitzen, die ihnen

[1]) Seeliger, Sitz.-Ber. d. Münchner Akad. II. Kl. 21. 1891.
[2]) Müller, Photometrie d. Gestirne. pag. 143.
[3]) Publik. d. Astrophys. Obs. Potsdam. Bd. 8.
[4]) Dasselbe. Bd. 11.
[5]) Bemporad, Mem. d. società d. spettroscop. ital. Vol. XXXI. 1902.

nach der Theorie von Bouguer zukommt. In 75% aller Fälle bestand nicht die einfache Beziehung

$$p = \frac{J_0}{J}$$

die besagt, dass bei grösserer Durchlässigkeit der Luft auch notwendigerweise eine grössere Intensität im Zenit gefunden werden müsse; meist war das Gegenteil der Fall.

In einer Bearbeitung der von Müller und Kempf am Ätna angestellten Beobachtungen[1]) zeigte Bemporad weiter, dass die spezifische Absorption in der Luftschicht Ätna-Catania verschieden war je nach der Länge der durchsetzten Schicht; im Zenit war sie doppelt so gross wie am Horizont. Dasselbe Resultat ergaben Beobachtungen von Langley auf dem Mt. Whitney, von Ångström auf Teneriffa, von Millochau auf dem Mt. Blanc u. a. m., die derselbe von ähnlichen Gesichtspunkten[2]) aus bearbeitet hat. Der spezifische Transmissionskoeffizient war stets am kleinsten im Zenit, nahm mit wachsender Zenitdistanz kontinuierlich zu und erreichte seinen Maximalwert in der Nähe des Horizonts, ganz entsprechend der selektiven Absorption im Sinne Langleys und Forbes.

Die Bouguersche Methode, den Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre durch Intensitätsmessungen bei verschiedenen Zenitdistanzen des Gestirns am einem Ort — Ebene oder Berg — zu bestimmen, ist nach Bemporad der Grund, weshalb es nicht möglich ist, die selektive Absorption in der Atmosphäre nachzuweisen. Bei einer Station in der Ebene z. B. ist neben der selektiven Absorption noch die stärkere Absorption der unteren Luftschichten infolge grösseren Staubgehaltes zu berücksichtigen; erstere hat, wie wir oben gesehen haben, das Bestreben, den Durchlässigkeitskoeffizienten zu vergrössern, die stärkere Absorptionsfähigkeit der unteren Luftschichten wird ihn verkleinern. Das Umgekehrte findet auf einer Bergstation statt. Um die beiden Ursachen, die einander entgegenwirken und das Absorptionsproblem verschleiern, zu trennen und einzeln zu verfolgen, schlägt Bemporad gleichzeitige Beobachtungen an mehreren, verschieden hoch gelegenen Stationen und Beobachtungen bei verschiedener Zenitdistanz des betr. Gestirnes vor.

Ich werde nun im folgenden zeigen, dass die Bouguersche Methode: Beobachtungen bei verschiedenen Zenitdistanzen an einem Ort auch zum Nachweis der selektiven Absorption der Atmosphäre

[1]) Bemporad, Atti d. R. Accademia d. Lincei. Rom 1904.
[2]) Bemporad, Atti d. R. Accademia d. Lincei. Rom 1908.

dienen kann; nicht die Methode, sondern das Bouguersche Gesetz in seiner alten Form

$$J_s = Je^{-c \cdot s} = Jp^s$$

ist ungeeignet.

2. Abschnitt.

Die Helligkeit eines Gestirns ausserhalb der Atmosphäre, die wir mit J bezeichnet haben, ist eine der Unbekannten des Extinktionsproblems. Man bestimmt J gewöhnlich erst durch den Transmissionskoeffizienten p und die zenitale Helligkeit J_o; nun hat aber Bemporad (s. o.) nachgewiesen, dass im allgemeinen nicht die einfache Beziehung gilt

$$J_o = Jp$$

Man könnte umgekehrt J als bekannt voraussetzen und daraus den Transmissionskoeffizienten p bestimmen gemäss der ursprünglichen Bouguerschen Formel

$$J_s = Jp^s$$

Ändert man s, die Länge der durchsetzten Luftschicht, und bestimmt aus dieser Gleichung einzeln die Werte p, so würde man leicht entscheiden können, welche Beziehung zwischen p und J besteht, ob p eine Konstante ist oder nicht, und schliesslich, ob die Bouguersche Methode der Variation der Zenitdistanzen zum Nachweis der selektiven Absorption geeignet ist.

Einen ziemlich sicher bestimmten Wert J besitzen wir nun in der Solarkonstante, deren Wert nach den neuesten[1]) Bestimmungen $2{,}1 \frac{\text{gr-cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min}}$ beträgt; dieser Wert ist auf verschiedene Weise gefunden worden, durch Beobachtungen einzelner Spektralgebiete der Sonnenstrahlung (K. Ångström[2])), durch spektralbolometrische Untersuchungen (Langley[3])), hauptsächlich aber durch pyrheliometrische Messungen der totalen Wärmestrahlung der Sonne und schliesslich durch Kombination der beiden letzgenannten Methoden (Abbot und Fowle[3])).

Reduziert man nun Sonnenstrahlungsmessungen, die sich über ein möglichst grosses Zenitdistanzen-Intervall erstrecken, mit dem angegebenen Wert der Solarkonstante nach der Bouguerschen Formel, so kann man die spezifische Transmission für verschiedene

[1]) K. Ångström, Abbot u. Fowle, Alessandri u. a.
[2]) K. Ångström, Nova acta reg. soc. scient. Ups. IV. Vol. I. Nr. 7. 1907.
[3]) Langley, Abbot u. Fowle l. c.

Zenitdistanzen bestimmen und die vorher erwähnten Fragen leicht zur Entscheidung bringen. Sehr geeignet zu diesem Zweck fand ich mehrjährige Strahlungsmessungen, die von Marten[1]) in Potsdam und von K. Ångström[2]) auf Teneriffa, hier in verschiedenen Höhen, ausgeführt worden sind; in beiden Fällen wurde ausschliesslich das Ångströmsche Kompensations-Pyrheliometer benutzt, das den Vorzug hat, absolute Werte der Strahlung zu liefern.

Über die Reduktion sei kurz vorausgeschickt: Zur Vereinfachung der Rechnung wurde statt der gewöhnlichen Formel

$$J_s = Je^{-cs}$$

die allgemein übliche Form

$$J_s = J \cdot 10^{-cs}$$

gewählt. Es heisst das nichts anderes, als dass die gefundenen Werte c des Absorptionskoeffizienten keine absoluten Werte sind, sondern multipliziert mit dem Modul des natürlichen Logarithmensystem M = 0,434. Der Absorptionskoeffizient wurde also bestimmt aus

$$c = \frac{\log J - \log J_s}{s}$$

wo J die Solarkonstante, J_s der beobachtete Strahlungswert bei der Schichtdicke s ist. Für J wurde 2,061 gr-cal nach Abbot und Fowle angenommen. (Nach den neuesten Bestimmungen dieser beiden Autoren beträgt die Solarkonstante J = 1,92 gr-cal). Die Schichtdicke s wurde für Potsdam einer Tabelle entnommen, die mit Hilfe der von Bemporad[3]) gegebenen Tafeln von mir für die Seehöhe von Potsdam — 97 m — ausgearbeitet worden ist. Als Einheit der Luftschicht, auch „eine Atmosphäre" genannt, wurde diejenige angenommen, die zenitale Strahlen von der Grenze der Atmosphäre bis zum Meeresniveau unter normalen Bedingungen — 45° Breite, 0° C, 760 mm Druck — durchlaufen. Einzelheiten sind bei der Tabelle vermerkt[4]). Für die Teneriffa-Beobachtungen wurde s direkt der Bemporadschen Veröffentlichung[5]) entnommen.

Es kam nun darauf an, Beobachtungstage zu wählen, an denen

1. die Sonne eine grosse Höhe über dem Horizont erreichte, um die Transmission der Atmosphäre in der Nähe des Zenits bestimmen zu können.

[1]) W. Marten, Veröff. Kgl. Pr. Meteorol. Inst. 1909. Nr. 213.
[2]) K. Ångström, Nova acta reg. soc. scient. Ups. IIIa. Vol. XX. 1900.
[3]) Bemporad, Atti d. R. Accad. d. Lincei. Rom 1904.
[4]) s. Anhang.
[5]) Bemporad, Atti d. R. Accad. d. Lincei. Rom 1908. pag. 12—13.

2. vor- und nachmittags beobachtet worden war, um eventuell meteorologische Einflüsse zu erkennen.

Unter den Beobachtungen von Marten, die sich über fast $2^1/_2$ Jahre erstrecken, findet sich ein wolkenfreier Tag leider nicht; von den Tagen, die sich nach dem Beobachtungsprotokoll durch grosse Klarheit und daneben durch hohen Stand der Sonne auszeichnen, sind der 21. Mai und 3. Juli 1909 benützt worden.

Am 21. Mai 1909 sind Sonnenstrahlungsmessungen von früh 4 Uhr 57 Minuten bis abends 7 Uhr 41 Minuten mit kurzen Unterbrechungen gemacht worden; das entspricht einer Zenitdistanz der Sonne von 83° bis 32° und zurück bis 88°.

Marten: Messungen der Sonnenstrahlung.

21. Mai 1909

vormittags					nachmittags				
z	$\log J_z$	$\log J - \log J_z$	s_z	c_z	z	$\log J_z$	$\log J - \log J_z$	s_z	c_z
°					°				
83,2	9,7738	0,5403	7,869	0,0686	32,3	0,1405	0,1736	1,168	0,1487
82,2	9,8189	4952	6,956	712	32,4	0,1393	1748	1,169	1496
80,2	9,8797	4344	5,634	771	33,4	0,1373	1768	1,183	1495
79,0	9,9042	4099	5,058	810	33,8	0,1402	1739	1,188	1465
77,7	9,9325	3816	4,551	839	34,7	0,1405	1736	1,201	1446
76,3	9,9518	3623	4,109	882	35,4	0,1351	1790	1,211	1479
75,1	9,9647	3494	3,793	921	36,0	0,1338	1803	1,220	1479
73,9	9,9818	3323	3,524	943	37,3	0,1322	1819	1,241	1466
72,2	0,0026	3115	3,204	973	39,0	0,1293	1848	1,269	1457
70,6	0,0178	2963	2,953	0,1004	40,4	0,1255	1886	1,296	1456
68,9	0,0294	2847	2,727	1044	42,1	0,1223	1918	1,330	1443
67,2	0,0358	2783	2,536	1098	43,5	0,1186	1955	1,361	1437
65,4	0,0523	2618	2,364	1108	47,2	0,1125	2016	1,453	1388
63,4	0,0637	2504	2,199	1139	50,0	0,1031	2110	1,543	1376
61,7	0,0723	2418	2,077	1165	55,2	0,0902	2239	1,728	1296
60,2	0,0770	2371	1,983	1196	56,2	0,0871	2270	1,790	1269
58,1	0,0832	2309	1,866	1238	60,7	0,0682	2459	2,012	1223
56,3	0,0899	2242	1,777	1262	62,1	0,0649	2492	2,104	1185
54,5	0,0952	2189	1,698	1289	67,1	0,0394	2747	2,525	0,1088
52,4	0,1031	2110	1,617	1306	74,9	9,9666	3475	3,746	0,0928
51,0	0,1079	2062	1,567	1316	76,1	9,9465	3676	4,053	907
49,3	0,1106	2035	1,513	1346	77,1	9,9284	3857	4,351	887
43,2	0,1086	2055	1,355	1517	78,3	9,9063	4078	4,772	855
34,5	0,1232	1909	1,198	1594	79,4	9,8745	4396	5,238	839
33,6	0,1309	1832	1,185	1547	80,7	9,8488	4653	5,917	786
32,3	0,1386	0,1755	1,168	0,1504	81,7	9,8241	4900	6,573	745
					82,7	9,7889	5252	7,385	711
					83,6	9,7388	5753	8,303	693
					84,7	9,6776	6365	9,770	651
					85,7	9,5977	7164	11,593	618
					86,4	9,4683	8458	13,286	637
					87,3	9,3820	0,9321	16,240	574
					88,2	9,2175	1,0966	20,555	0,0534

Die nebenstehende Tabelle gibt für jede einzelne Beobachtung in Spalte 1: die wahre Zenitdistanz z

Spalte 2: den Logarithmus der beobachteten Intensität J_z

Spalte 3: die Differenz $\log J - \log J_z$. Als Wert der Solarkonstante ist $J = 2{,}061$, $\log J = 0{,}3141$ angenommen.

Spalte 4: s_z, die Länge der durchsetzten Luftschicht.

Spalte 5: c_z, der nach Bouguers Formel sich ergebende Absorptionskoeffizient.

Fasst man nacheinander die zwischen 90° und 80°, 80° und 70° usw. erhaltenen Werte c zusammen und bildet die Mittel, so erhält man:

	z	c	p	n
vorm.	0			
	81,5	0,0723	0,847	3
	75,0	0,0910	0,811	7
	64,5	0,1125	0,772	6
	54,5	0,1282	0,744	5
	46,2	0,1432	0,719	2
	33,5	0,1548	0,700	3
nachm.	34,9	0,1474	0,712	9
	43,3	0,1431	0,719	4
	53,7	0,1314	0,739	3
	63,3	0,1165	0,765	3
	77,2	0,0883	0,816	5
	84,6	0,0661	0,859	9

n bedeutet die Anzahl der Messungen, aus denen das Mittel gebildet worden ist, p ist aus

$$-\log p = c$$

erhalten worden.

Diese erhaltenen Werte p sind als Funktionen der Zenitdistanz z und der Luftschicht s in Fig. 1ᵇ und 1ᶜ (Taf. I) dargestellt, und zwar sind die Vormittagswerte durch ×, die Nachmittagswerte durch ⊙ bezeichnet worden. Um den zenitalen Wert p ($z = 0$, $s = 1$) zu erhalten, wurde aus dem Verlauf der Strahlungskurve

$$J_h = f(h)^1)$$

wo h die Höhe der Sonne bedeutet, J_o für $h = 90°$ extrapoliert. Man erhält $J_o = 1{,}43$ und das entspricht einem zenitalen Transmissionskoeffizienten

$$p = \frac{1{,}43}{2{,}061} = 0{,}694$$

1) s. Fig. 1a.

Aus der Figur 1^a, die die Strahlungskurve darstellt, kann man ersehen, dass vormittags Störungen vorhanden sind, während die nachmittägliche Kurve sehr regelmässig verläuft. In der Tat ist im Beobachtungsprotokoll vermerkt[1]: „zwischen 8 und 12^h a. m. leichte Cirrusbewölkung, Luft sehr klar".

Aus Figur 1^b und 1^c ergibt sich, dass der Transmissionskoeffizient, bezogen auf die Einheitsschicht, am kleinsten im Zenit ist und mit wachsender Zenitdistanz resp. zunehmender Schichtdicke gleichfalls zunimmt.

Am 3. Juli 1909 sind Strahlungsmessungen von früh 4 Uhr bis 7 1/2 Uhr abends ausgeführt worden; die Zenitdistanzen erstrecken sich von 29 bis 88 Grad. Die Reduktion geschah wieder in derselben Weise. Nach den Bemerkungen des Beobachters ist der 3. Juli:

„Klar und fast wolkenfrei, gegen 7^a zieht Dunstschicht vor ⊙ vorüber, nach 10^a kräftige cu-Entwickelung, nach 6^p weisslicher Hof um ⊙, ⊙ taucht schliesslich in ci-str Gewölk unter, Messung abgebrochen."

Auch aus dem Verlauf der Strahlungskurve (Fig. 2^a, Taf. II) ersieht man deutlich den störenden Einfluss der Cumuli um die Mittagszeit, und vor allem die geringere Durchsichtigkeit der Luft gegenüber dem 21. Mai. Die Extrapolation für $h = 90^0$ ergibt hier $J_0 = 1{,}26$ und damit erhält man für den zenitalen Transmissionskoeffizienten

$$p = 0{,}611$$

einen Wert, der erheblich geringer ist, als der am 21. Mai. Im folgenden die Reduktion; die einzelnen Spalten haben die früher angegebene Bedeutung:

[1] Marten, l. c.

3. Juli 1909

vormittags					nachmittags				
z	log J_z	log J − log J_z	s_z	c_z	z	log J_z	log J − log J_z	s_z	c_z
°					°				
88,8	9,3838	0,9303	24.638	0,0378	29,4	0,0689	0,2452	1,133	0,2164
87,4	9,5250	0,7891	16,639	474	34,5	0,0824	0,2317	1,198	1934
86,1	9,6522	0,6619	12,508	529	35,5	0,0817	0,2324	1,212	1917
84,9	9,7235	0,5906	10,090	585	37,1	0,0770	0,2371	1,238	1915
83,5	9,7882	0,5259	8,191	642	38,5	0,0799	0,2342	1,260	1859
82,2	9,8370	0,4771	6,956	686	39,8	0,0850	0,2291	1,284	1784
80,0	9,8965	0,4176	5,531	755	41,7	0,0737	0,2404	1,322	1818
78,3	9,9258	0,3883	4,772	816	48,0	0,0542	0,2599	1,474	1763
76,7	9,9455	0,3686	4,226	872	52,4	0,0496	0,2645	1,617	1636
74,8	9,9685	0,3456	3,722	929	54,9	0,0461	0,2680	1,716	1562
72,1	9,9956	0,3185	3,187	0,0999	58,1	0,0406	0,2735	1,866	1466
68,7	0,0145	0,2996	2,703	0,1108	66,0	9,9952	0,3189	2,418	1319
63,4	0,0310	0,2831	2,199	1287	68,8	9,9731	0,3410	2,715	1256
57,1	0,0508	0,2633	1,814	1451	72,9	9,9227	0,3914	3,328	0,1177
53,2	0,0626	0,2515	1,646	1528	80,5	9,7959	0,5182	5,800	0,0894
49,0	0,0652	0,2489	1,504	1655	82,2	9,7419	0,5722	6,956	823
46,4	0,0835	0,2306	1,431	1611	83,5	9,6637	0,6504	8,191	794
42,8	0,0817	0,2324	1,346	1727	84,8	9,5717	0,7424	9,927	0,0748
39,9	0,0814	0,2327	1,286	1809					
38,4	0,0715	0,2426	1,259	1927					
36,4	0,0795	0,2345	1,226	1913					
34,8	0,0864	0,2277	1,202	1894					
33,3	0,0835	0,2306	1,181	1953					
32,3	0,0860	0,2281	1,168	1953					
30,5	0,0853	0,2288	1,146	1997					
30,1	0,0817	0,2324	1,141	2037					
29,6	0,0712	0,2429	1,136	0,2138					

Fasst man wieder die Beobachtungen von 10 zu 10 Grad zusammen und bildet die Mittel, so ergibt sich:

	z	s	c	p	n
	°				
vorm.	84,7	9,769	0,0578	0,875	7
	75,5	3,839	0,0904	0,812	4
	66,1	2,427	0,1197	0,759	2
	55,1	1,723	0,1489	0,710	2
	46,1	1,424	0,1664	0,682	3
	33,9	1,190	0,1958	0,637	9
nachm.	35,8	1,217	0,1929	0,641	6
	44,8	1,391	0,1790	0,662	2
	55,1	1,723	0,1555	0,699	3
	67,9	2,611	0,1287	0,743	2
	72,9	3,328	0,1177	0,763	1
	82,8	7,477	0,0815	0,829	4

Um zu untersuchen, ob der mit der Entfernung der Erde von der Sonne sich ändernde Wert der Solarkonstanten die Resultate

merklich beeinflusst, wurde die Rechnung noch einmal wiederholt mit dem für den 3. Juli gültigen Wert der Sonnenkonstante J = 1,994 gr-cal. Für das Zenit erhält man als Durchlässigkeitskoeffizient

$$p = 0{,}632$$

und in gleicher Weise wie oben für die übrigen Zenitdistanzen:

	z	s	c	p	n
	°				
vorm.	84,7	9,769	0,0564	0,878	7
	75,5	3,839	0,0866	0,819	4
	66,1	2,427	0,1138	0,770	2
	55,1	1,723	0,1400	0,724	2
	46,1	1,424	0,1563	0,698	3
	33,9	1,190	0,1837	0,655	9
nachm.	35,8	1,217	0,1811	0,659	6
	44,8	1,391	0,1687	0,678	2
	55,1	1,723	0,1471	0,713	3
	67,9	2,611	0,1231	0,753	2
	72,9	3,328	0,1133	0,770	1
	82,8	7,477	0,0795	0,833	4

Wie ein Vergleich beider Tabellen zeigt, ist die Änderung der Grösse p nur geringfügig; sie ist am grössten im Zenit — ca. 0,021 — und beinflusst in der Nähe des Horizonts nur die dritte Dezimale. Im allgemeinen wird es also kaum nötig sein, die Solarkonstante auf den betr. Tag zu reduzieren, besonders wenn es sich, wie im vorliegenden Falle, um eine Versuchsrechnung handelt, die weniger über die absolute Grösse des Transmissionskoeffizienten, als über seine Veränderlichkeit Auskunft geben soll.

Auch aus den Beobachtungen vom 3. Juli ist klar ersichtlich[1]), dass für gleiche Luftschichten die Transmission im Zenit geringer ist als am Horizont, und dass die Durchlässigkeit der Luft pro „Atmosphäre" kontinuierlich zunimmt mit der Anzahl der durchsetzten Luftschichten und sich schliesslich asymptotisch einem Maximalwert nähert (Fig. 2c). Diese Tatsache würde für die selektive Absorptionstheorie Langley-Forbes sprechen.

Es fragt sich, ob dieses Phänomen auch auf einem hohen Berge, wo die sogenannte „Staubatmosphäre" bereits unter dem Beobachter liegt, nachgewiesen werden kann. Zu diesem Zwecke unterwarf ich die Ångströmschen Teneriffa-Beobachtungen derselben Bearbeitung. Ångström beobachtete vom 25. Juni bis 3. Juli 1896 auf 4 ver-

[1]) s. Fig. 2b und 2c.

schieden hoch gelegenen Stationen — Guimar 360 m, Cañada 2125 m, Alta Vista 3252 m und Picco 3683 m — die Sonnenstrahlung zur Untersuchung der Durchlässigkeit der Luft in verschiedenen Höhen; Bemporad[1]) hat diese Beobachtungen gleichfalls verwertet zum Studium der Absorption der zwischen den einzelnen Stationen befindlichen Luftschichten. Von den 5 zur Verfügung stehenden Beobachtungstagen ist der 2. Juli 1896 herangezogen worden, wo korrespondierende Messungen in Guimar und Alta Vista angestellt worden sind; die Beobachtungen auf der Talstation Guimar wurden zu Vergleichszwecken mitbearbeitet. Die Werte von J_z, z, s_z sind der Abhandlung von Bemporad entnommen. Im folgenden die Ergebnisse:

2. Juli 1896.

$J = 2{,}061$ gr cal $\qquad \log J = 0{,}3141$

Guimar							Alta Vista						
z		$\log J_z$	$\log J - \log J_z$	s_z	c_z	p_z	z		$\log J_z$	$\log J - \log J_z$	s_z	c_z	p_z
°	′						°	′					
81	23	9,8633	0,4508	6,199	0,0727	0,846	83	58	0,0069	0,3072	6,088	0,0505	0,890
75	11	9,9943	3198	3,729	0,0858	0,821	80	34	0,0558	0,2583	4,063	0,0636	0,864
68	14	0,0394	2747	2,589	0,1061	0,783	74	33	0,0938	0,2203	2,549	0,0864	0,820
62	14	0,0751	2390	2,066	0,1157	0,766	67	35	0,1380	0,1761	1,792	0,0981	0,798
56	24	0,0917	2224	1,742	0,1278	0,745	60	18	0,1575	0,1566	1,383	0,1132	0,771
42	26	0,1229	1912	1,307	0,1463	0,714	54	27	0,1732	0,1409	1,180	0,1194	0,760
30	47	0,1348	1793	1,125	0,1594	0,693	40	13	0,1909	0,1232	0,858	0,1436	0,719
5	27	0,1520	1621	0,970	0,1671	0,681	27	41	0,1937	0,1204	0,775	0,1554	0,699
27	28	0,1348	1793	1,088	0,1648	0,684	5	27	0,2100	0,1041	0,690	0,1506	0,707
38	54	0,1222	1919	1,239	0,1549	0,700	26	22	0,2049	0,1092	0,766	0,1426	0,720
52	30	0,0920	2221	1,584	0,1402	0,724	39	21	0,1861	0,1280	0,888	0,1441	0,718
58	48	0,0693	2448	1,861	0,1315	0,739	45	56	0,1928	0,1213	0,986	0,1230	0,753
64	49	0,0453	2688	2,261	0,1189	0,761	52	43	0,1855	0,1286	1,131	0,1137	0,770
71	37	9,9926	0,3215	3,038	0,1058	0,784	59	12	0,1729	0,1412	1,339	0,1055	0,784
							65	40	0,1562	0,1579	1,660	0,0951	0,803
							68	1	0,1495	4,1646	1,825	0,0902	0,813

Da hier die Werte von s_z bis auf 0,690 herabgehen, wird es sich empfehlen, die Solarkonstante wegen Sonnendistanz zu korrigieren, da gemäss unserer Reduktionsformel

$$c_z = \frac{\log J - \log J_z}{s_z}$$

kleine Unterschiede in log J bei genügend kleinem s_z den Wert c_z merklich beeinflussen werden; man erhält nunmehr für den 2. Juli 1896: $J = 1{,}994$, $\log J = 0{,}2994$ und für die einzelnen Zenitdistanzen folgende Transmissionen:

1) Bemporad, Atti d. R. Accad. 1908.

Guimar		Guimar		Alta Vista		Alta Vista	
z	p	z	p	z	p	z	p
°		°		°		°	
81,3	0,850	27,5	0,705	83,5	0,895	5,4	0,741
75,1	0,828	38,9	0,719	80,5	0,871	26,4	0,752
68,2	0,793	52,5	0,739	74,5	0,830	39,3	0,745
62,2	0,779	58,9	0,742	66,6	0,813	45,9	0,779
56,4	0,760	64,8	0,772	60,3	0,789	52,7	0,793
42,4	0,732	71,6	0,793	54,4	0,781	56,2	0,804
30,8	0,714			40,2	0,747	65,6	0,819
5,4	0,704			27,7	0,730	68,0	0,827

Die durch den korrigierten Wert der Solarkonstante bewirkten Änderungen der Transmissionskoeffizienten sind hier schon merklicher; im Maximum betragen sie bei der höher gelegenen Station Alta Vista 0,030 bis 0,040. Die aus der letzten Reduktion folgenden Werte von p sind in Fig. 3^b und 3^c (Taf. III) für beide Stationen als Funktionen der Zenitdistanz und Luftschicht eingetragen; desgleichen ist analog dem früheren in Fig. 3^a die Strahlungskurve

$$J_h = f(h)$$

gezeichnet.

Abgesehen von kleinen Schwankungen der Durchsichtigkeit in der Nähe des Kulminationspunktes der Sonne, die ihre Ursache in den um die Mittagszeit aufsteigenden Luftströmen und der damit verbundenen Wolkenbildung haben, ist auch hier, auf einer schon ausserhalb der Staubhülle befindlichen Station der Gang in den Werten von p der erwartete; trägt man p als Funktion der Luftschicht s auf (Fig. 3c), so zeigt sich ein anfänglich schnelles Wachsen des Transmissionskoeffizienten mit der durchsetzten Luftschicht, das aber bald nachlässt, um in der Nähe des Horizonts einem Maximalwert zuzustreben. Zum Vergleich ist den Kurven $p = f(s)$ eine von Alessandri am 8. September 1907 auf dem Mte Rosa erhaltene beigefügt[1]); dieselbe eignet sich vortrefflich zum Vergleichen, da Alessandri aus seinen Beobachtungen einen ähnlichen Wert für die Solarkonstante ableitete — 2,081 gr cal — wie den hier benutzten. Die Mte Rosa-Kurve verläuft am Anfang weniger steil wie die auf Alta Vista erhaltene; die Durchsichtigkeit nimmt nicht in demselben Masse wie auf Teneriffa zu. Dies beruht einmal darauf, dass die Transmission auf dem Mte Rosa an sich schon sehr gross ist und über einen gewissen Wert nicht steigen kann; ein andermal

[1]) Die Werte von p sind einem Referat Meteorol. Ztschr. 1909, Heft 2 entnommen.

spielt bei dem ozeanischen Klima Teneriffas naturgemäss der Wasserdampfgehalt der Luft eine grössere Rolle in den Durchsichtigkeitsverhältnissen der Atmosphäre, als in den relativ sehr trockenen Alpengebieten. In der Nähe des Horizonts aber nähern sich sowohl die Mte Rosa- wie die Alta Vista-Kurve demselben Grenzwert p = 0,950.

Überblicken wir noch einmal kurz das Resultat der wenigen hier ausgeführten Versuchsrechnungen, so können wir sagen:

Der nach der Bouguerschen Methode mit Hilfe verschiedener Zenitdistanzen bestimmte Wert des Transmissionskoeffizienten, im Mittel p = 0,800, ist, in Übereinstimmung mit den von Langley geäusserten Ansichten, als zu hoch anzusehen. Nimmt man die Solarkonstante als gegeben an und bestimmt nach der Bouguerschen Gleichung die Transmission für verschiedene Zenitdistanzen, so folgt aus den Messungen Martens und Ångströms für sehr klare Tage und zenitales Einfallen der Strahlen an einem in der Nähe des Meeresspiegels gelegenen Ort ein mittlerer Wert

$$p = 0{,}700$$

ähnlich dem von Abbot und Fowle (l. c.) für Washington (10 m Seehöhe) gefundenen Wert. Ferner folgt, dass der Transmissionskoeffizient keine Konstante ist, wie es die Bouguersche Theorie voraussetzt, sondern dass er, auf gleiche Luftmassen bezogen, im Zenit am kleinsten ist, mit wachsender Zenitdistanz kontinuierlich zunimmt und im Horizont seinen Maximalwert erreicht.

Vorschlag einer neuen Formel.

Es wird sich nun darum handeln, eine Form des Bouguerschen Gesetzes ausfindig zu machen, die dem veränderlichen Wert des Transmissionskoeffizienten p Rechnung trägt.

Das einfachste wäre, von der oben erwähnten Form

$$J_s = Je^{-\int c\,ds}$$

auszugehen; dort machten wir die vereinfachende Annahme

$$c = \varkappa \cdot \delta$$

und erhielten, wenn wir $\int \delta\,ds = m$ als die durchsetzte Luftmasse[1]) definierten:

[1]) Fortan wird statt s, der Weglänge, stets m, die durchsetzte Luftmasse, gebraucht. S. Anhang.

$$J_s = J e^{-\varkappa \int \delta \, ds} = J e^{-\varkappa m}$$

$$J_s = J p^m$$

wo $$p = e^{-\varkappa}$$

eine Konstante war. Jetzt wissen wir, dass p eine Funktion der Zenitdistanz z ist

$$p = f(z)$$

also auch der Absorptionskoeffizient

$$c = f(z)$$

Unsere vereinfachende Annahme fällt also, und da wir vorläufig nichts Genaues über den Verlauf der Funktion $p = f(z)$ oder $c = f(z)$ wissen, bleibt nichts anderes übrig, als empirisch eine Form des Bouguerschen Gesetzes aufzustellen, die sich zur Berechnung der Transmission für verschiedene Zenitdistanzen eignet.

Bei gleichzeitigen Beobachtungen auf zwei verschieden hochgelegenen Stationen drückt der gefundene Helligkeitsunterschied direkt, ohne jede Hypothese über die Durchlässigkeit der Luft, die Absorption aus, die die zwischen beiden Orten befindliche Luftmasse auf die Strahlung ausübt; bei der gewöhnlich geübten, sogenannten Bouguer-Pouilletschen Methode der Variation der Zenitdistanzen an einem Ort wird der Helligkeitsunterschied bei 2 verschiedenen Zenitdistanzen z_1 und z_2 durch die verschiedene Länge der durchsetzten Luftschicht hervorgerufen und entspricht der Absorption, die die Differenz der Weglängen auf die Strahlung ausübt. Da die Strahlen aber infolge der Refraktion bei der Zenitdistanz z_1 einen anderen Weg in der Atmosphäre zurücklegen als bei z_2, und wir nichts über den Verlauf der Absorptionsfunktion mit der Höhe wissen, so werden bei dieser Methode Helligkeitsvergleichungen ein unklares Bild über die Durchsichtigkeitsverhältnise der Atmosphäre geben.

In der Tat lieferten Rechnungen, die von mir zu diesem Zweck ausgeführt wurden, ein negatives Resultat: Es wurden photometrische Beobachtungen von α Tauri, die Müller[1]) in den Jahren 1880—81 zur Herstellung der Potsdamer Extinktionstabelle gemacht hatte, und die sich vom Horizont bis zur Kulmination erstreckten, in der Weise bearbeitet, dass aus den bei den Zenitdistanzen $z_1, z_2 \ldots z_n$ (wobei $z_1 > z_2 \ldots > z_n$) gefundenen Intensitäten $J_1, J_2 \ldots J_n$ der

[1]) Müller, Veröff. des Astroph. Obs. Potsdam, Bd. 3.

Absorptionskoeffizient c für 2 benachbarte Werte J_n und J_{n-1} berechnet wurde aus

$$\frac{\log J_1 - \log J_2}{m_2 - m_1} = c_{12}$$

$$\frac{\log J_2 - \log J_3}{m_3 - m_2} = c_{23}$$

. . . . . .

. . . . . .

allgemein

$$\frac{\log J_{n-1} - \log J_n}{m_n - m_{n-1}} = c_{n-1,n}$$

hierbei ist angenommen, dass z_1 nicht sehr verschieden von z_2 ist, so dass man in erster Annäherung die entsprechenden Absorptionskoeffizienten c_1 und c_2 einander gleichsetzen kann, also

$$c_1 = c_2 = c_{12}$$

Die erhaltenen Werte[1]) von c schwankten ganz ausserordentlich und ohne jeden systematischen Charakter.

Auch ein anderes Verfahren, die Vergleichung des Maximalwertes der Intensität, J_{max}, mit sämtlichen anderen J_n, also allgemein

$$\frac{\log J_{max} - \log J_n}{m_n - m} = c_n$$

versagte; in der Tat wird hier auch der Unterschied zwischen dem Absorptionskoeffizienten c_{max} und einem beliebigen c_n mit wachsender Zenitdistanz grösser und grösser, so dass man nicht mehr

$$c_{max} = c_n$$

setzen kann. Die obige Gleichung lautet richtiger

$$\log J_{max} - \log J_n = - c_{max} \cdot m + c_n m_n$$

und hat nunmehr 2 Unbekannte c_{max} und c_n. Ein Absorptionskoeffizient muss also bekannt sein, um alle anderen berechnen zu können.

Es liegt nahe, den Absorptionskoeffizienten in zenitaler Richtung als bekannt anzunehmen und von ihm ausgehend alle anderen zu berechnen; denn

1. nach Bouguer ist der Transmissionskoeffizient definiert als das Verhältnis der in der Wegeinheit d. i. im Zenit durchgelassenen Strahlung zur auffallenden; es wird also möglich sein, aus den bisherigen Bestimmungen einen Schluss auf

---

1) Die Wiedergabe dieser Rechnungen erübrigt sich.

die ungefähre Grösse des zenitalen Absorptionskoeffizienten c_o zu ziehen, da $c = -\log p$ ist.

2. in sämtlichen Extinktionstabellen ist unter dem Argument „wahre Zenitdistanz“ die sog. „Zenitreduktion“

$$\varphi(z) = \log J_o - \log J_z$$

gegeben, d. h. diejenige Grösse, die man an einen bei beliebiger Zenitdistanz beobachteten Helligkeitslogarithmus anbringen muss, um den für das Zenit gültigen Wert zu erhalten. Mit Hilfe der durch Beobachtungen festgestellten Grösse $\varphi(z)$ wird es möglich sein, die Transmission für jede beliebige Zenitdistanz zu berechnen.

Wir schreiben nun

$$\varphi(z) = \log J_o - \log J_z = -c_o m_o + c_z m_z$$

und bemerken, dass der Index o sich auf das Zenit bezieht. m_o, die Luftmasse im Zenit, ist nach Definition = 1 im Meeresniveau unter normalen Bedingungen; für Potsdam z. B., dessen Seehöhe 97 m beträgt, ist

$$m_o = 0{,}988^{1})$$

Setzt man in unserer Gleichung für $c_o m_o$, das für jeden Ort eine Konstante ist, K, so erhält man zur Berechnung von c_z die sehr einfache und bequeme Form

$$\frac{\varphi(z) + K}{m_z} = c_z$$

$\varphi(z)$ wird den Extinktionstabellen, m_z den erwähnten Tafeln entnommen; die einzige Schwierigkeit besteht vorläufig darin c_o, den Absorptionskoeffizienten im Zenit, zu bestimmen und davon soll der folgende Abschnitt handeln.

Einige Versuchsrechnungen mit einem willkürlich angenommenen Wert von c_o erwiesen die Brauchbarkeit der eben vorgeschlagenen Formel.

3. Abschnitt.

Die Bestimmung des zenitalen Absorptions- resp. Transmissionskoeffizienten.

Aus der grossen Zahl nach der Bouguerschen Methode bestimmter Transmissionskoeffizienten seien einige neben Angabe der

[1]) Die Korrektionen wegen Breite und Temperatur sind so klein, dass man sie unbedenklich vernachlässigen kann.

Beobachter, des Ortes und seiner Höhe, sowie der auf 1 Atmosphäre bezogene Wert p_{NN}

$$p_{NN} = p_{beob} \cdot \frac{B}{760}$$

wo B der mittlere Barometerstand des betr. Ortes ist, mitgeteilt[1]):

Beobachter	Ort	Höhe m	p beob.	p red.auf 1 Atm.
Bouguer . . .	Bretagne	—	0,812	0,812
Abney . . .	Derby	—	0,850	0,849
Müller . . .	Potsdam	100	0,835	0,833
Müller . . .	Säntis	2504	0,879	0,842
Langley . . .	Mt. Whitney	3543	0,920	0,881
Seidel . . .	München	529	0,804	0,793
Abney . . .	Faulhorn	2683	0,921	0,892
Abbot u. Fowle	Washington	10	0,701	0,701

Den Münchener und Potsdamer Werten dürfte das grösste Gewicht zu geben sein, da sie aus einer grossen Zahl von Messungen hergeleitet sind, die sich bei Potsdam auch noch über mehrere Jahre erstrecken.

Von neueren Bestimmungen verdient der von Abbot und Fowle für Washington gefundene Wert $p = 0{,}701$ das grösste Vertrauen; allerdings ist zu berücksichtigen, dass dieser bolometrisch bestimmte Wert für die Wärmestrahlung der Sonne gilt, und nur, wenn man die Annahme macht, dass sichtbare Strahlung und Wärmestrahlung in ihrer Absorption dasselbe Verhalten zeigen, ist der Abbotsche Wert $p = 0{,}701$ mit dem Müllerschen $p = 0{,}835$ zu vergleichen. Abbot und Fowle bestimmen p aus der Kombination von Messungen der Gesamtstrahlung mit Strahlungsmessungen bei einzelnen Wellenlängen, arbeiten also aktinometrisch und spektrobolometrisch. Ist A_0 und a der aktinometrisch bestimmte Wert für die Solarkonstante und die Transmission, E_0 der Wert der Solarkonstanten nach den spektrobolometrischen Messungen, so ist offenbar die Intensität im Zenit

$$J_0 = A_0\, a = E_0 \,.\, e$$

und man erhält die wahre Transmission e aus

$$e = \frac{A_0}{E_0} \,.\, a$$ [2])

a wird $= 0{,}787$ und $e = 0{,}701$. Die Grössen A_0, E_0, a werden

[1]) Bis auf die letzte Zeile Müller, Photometrie d. Gest., p. 138, entnommen.

[2]) Abbot u. Fowle, l. c. pag. 108—109.

von den Verfassern bestimmt aus Strahlungsmessungen der Sonne bei hohem und tiefem Stand, ebenso wird die wahre Transmission e durchweg als konstant angenommen.

Ich werde nun zeigen, dass die Annahme eines konstanten Transmissions- resp. Absorptionskoeffizienten und deren Bestimmung aus Beobachtungen bei hohem und tiefem Stand des Gestirns stets zu grosse, resp. zu kleine Werte liefert.

Im einfachsten Fall bestimmt man c z. B. aus 2 Beobachtungen

$$J_1 = J \cdot 10^{-cm_1}$$

$$J_2 = J \cdot 10^{-cm_2}$$

$$\log J_1 - \log J_2 = -c(m_1 - m_2)$$

das ist die alte Methode bei konstantem c; jetzt, wo wir wissen, dass $c = f(z)$ ist, muss man besser setzen

$$\log J_1 - \log J_2 = -(c_1 m_1 - c_2 m_2).$$

Aus der Kombination beider Gleichungen folgt, da die linken Seiten gleich sind

$$c(m_1 - m_2) = c_1 m_1 - c_2 m_2.$$

Der nach der alten Methode bestimmte Wert c, den wir zur besseren Übersicht mit C bezeichnen wollen, wird nunmehr ersetzt durch

$$C = \frac{c_1 m_1 - c_2 m_2}{m_1 - m_2}$$

$$= c_1 + \frac{c_1 m_2 - c_2 m_2}{m_1 - m_2}$$

$$= c_1 - \frac{m_2}{m_1 - m_2}(c_2 - c_1)$$

$$C = c_1 - x_1$$

x_1 ist immer positiv, denn ist $m_1 > m_2$, so ist $c_2 > c_1$ (der spezifische Absorptionskoeffizient ist am grössten im Zenit und nimmt kontinuierlich ab zum Horizont); umgekehrt ist $m_2 > m_1$, ist $c_1 > c_2$, jedenfalls ist

$$C = c_1 - \text{positive Grösse}$$

$$C < c_1$$

ebenso kann man zeigen, dass

$$C = c_2 - x_2, \text{ wo } x_2 = \frac{m_1}{m_1 - m_2}(c_2 - c_1)$$

auch stets positiv ist, also auch

$$C < c_2$$

Aus der Kombination beider Gleichungen folgt

$$C = \frac{c_1 + c_2}{2} - \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Der nach der alten Methode bestimmte Wert C ist stets kleiner als der wirkliche und kleiner als das Mittel der wirklichen Werte c_1 und c_2, die den Zenitdistanzen entsprechen, aus denen er bestimmt wurde. Für den Transmissionskoeffizienten erhalten wir, da

$$c_1 = -\log p_1 \quad c_2 = -\log p_2 \quad C = -\log P$$

$$\log P = \frac{\log p_1 + \log p_2}{2} + \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Der nach der alten Methode bestimmte Transmissionskoeffizient P ist stets zu gross. Die Grösse des Fehlers wird ausgedrückt durch

$$\Delta \log P = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}\left(\frac{c_2 - c_1}{2}\right) = \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1}\left(\frac{\log p_2 - \log p_1}{2}\right)$$

Je verschiedener m_1 und m_2 sind, desto grösser wird der Klammerausdruck und die Grösse $m_1 + m_2$, desto grösser der Fehler in der Bestimmung von log p. Wo das Maximum von $\Delta \log P$ liegt, ist nicht zu entscheiden, solange $p = f(m)$ unbekannt ist; es scheint aber, als ob der Fehler am grössten ist bei Verbindung einer Beobachtung in der Nähe des Zenits mit einer in der Nähe des Horizonts.

Eine kleine Rechnung bestätigte diese Vermutung. Aus der Potsdamer mittleren Extinktionstabelle wurden mit dem angenommenen Zenitalwert p = 0,701 die Werte der Transmissionskoeffizienten für die Luftmassen 2, 3, 4, 5 und 6 berechnet.

Es ergab sich

Luftmasse		Transmission	
m =	1	p =	0,70
	2		75
	3		77
	4		78
	5		79
	6		80

Nun wurde der Fehler

$$\Delta \log P = \frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1} \cdot \frac{\log p_2 - \log p_1}{2}$$

berechnet, indem sämtliche Luftmassen und Transmissionskoeffizienten kombiniert wurden. In der folgenden Tabelle sind die Werte von

$\Delta \log P$ für alle Kombinationen gegeben; angefügt wurde noch der falsche Wert P und die Differenzen $P - p_x$ und $P - p_y$, wo p_x und p_y die beiden Werte sind, die den Zenitdistanzen entsprechen, aus denen P bestimmt wird.

Kombination d. Luftmassen m_x und m_y	$\Delta \log P$	P	$P - p_x$	$P - p_y$
1 und 2	0,0450	0,804	0,104	0,054
1 „ 3	414	808	108	38
1 „ 4	392	809	109	29
1 „ 5	396	814	114	24
1 „ 6	406	822	122	22
2 „ 3	0,0405	0,812	0,062	0,042
2 „ 4	255	811	61	31
2 „ 5	263	818	68	28
2 „ 6	280	826	76	26
3 „ 4	0,0196	0,811	0,041	0,031
3 „ 5	222	821	51	31
3 „ 6	249	831	61	31
4 „ 5	0,0248	0,831	0,051	0,041
4 „ 6	275	842	62	42
5 „ 6	0,0303	0,853	0,063	0,053
			Mittel 0,077	

Das Maximum von $\Delta \log P$ liegt, wie vermutet, bei den Kombinationen der Luftmasse 1 mit den anderen; d. h. also, der Fehler wird am grössten, wenn man Beobachtungen in der Nähe des Zenits mit anderen zur Bestimmung von p verwendet. Im Mittel beträgt die Abweichung gegen den Zenitalwert, den ja die Bouguersche Theorie als konstant für alle Zenitdistanzen annimmt, 0,077 oder rund 11%.

Alle nach der Bouguer-Pouilletschen Methode bestimmten Transmissionskoeffizienten sind zu gross; im Mittel beträgt der Fehler bei Beobachtungen zwischen 0 und 80° Zenitdistanz 0,08. Die sämtlichen Abschn. 3 angeführten Werte von p sind also für den vorliegenden Zweck, die Bestimmung der zenitalen Transmission, wenig geeignet.

Direkte Bestimmungen der zenitalen Transmission durch Beobachtungen von Zenitsternen auf 2 verschieden hoch gelegenen Stationen sind nur von Müller und Kempf am Ätna ausgeführt worden.

Sie fanden für die Schicht Ätna-Catania $p = 0{,}185$, Bemporad[1]) bei einer Neubearbeitung $p = 0{,}231$. Diese abnorm niedrigen Werte sind indessen dadurch zu erklären, dass der Wert p aus einer verhältnismässig kleinen Luftmasse ($m = 0{,}307$) bestimmt wurde, deren Absorption durch den Staub der unteren Luftschichten sehr gross ist; es wäre verfehlt, diesen Wert auf die ganze Atmosphäre zu reduzieren, denn in den Luftschichten über dem Ätna wird die Durchsichtigkeit der Luft in zweifacher Weise beeinflusst: die grössere Reinheit der Luft und ihr geringer Wasserdampfgehalt bedingen ein Wachsen der Transmission beim Erheben in die Luft, während die selektive Absorption eine Verkleinerung der Transmission mit der Höhe verursacht.

Als Transmission der Luft über Catania fanden Müller und Kempf nach der Bouguerschen Methode $p = 0{,}708$, ein Wert, der ihnen viel zu niedrig erschien, und den sie durch anormale Witterungsverhältnisse zu erklären versuchten[2]). Mit dem Abbotschen Wert $p = 0{,}701$ stimmt er gut überein; aus dem Ångströmschen Teneriffa-Beobachtungsmaterial findet Bemporad[3]) $p = 0{,}761$ und bringen wir an den Müllerschen Wert $p = 0{,}833$ (auf 1 Atmosphäre reduziert) die Korrektion von 11 % wegen Annahme eines konstanten Transmissionskoeffizienten an, so erhalten wir $p = 0{,}742$. Wir werden später sehen, dass das Mittel aus beiden Bestimmungen, $p = 0{,}750$, den wahrscheinlichsten Wert liefert.

Zum Schluss mögen noch die Abbotschen Transmissionsbestimmungen für einzelne Wellenlängen herangezogen werden. Aus der grossen Zahl, die sich von $\lambda = 0{,}3$ bis $\lambda = 2{,}5\,\mu$ erstrecken, seien die vertikalen Transmissionen p und die Intensitäten ausserhalb der Atmosphäre J für das sichtbare Spektrum von $\lambda = 400\,\mu\mu$ bis $\lambda = 760\,\mu\mu$ für den Beobachtungsort Washington wiedergegeben:

1) Bemporad, Atti d. R. Accad. d. Lincei, Rom 1904.
2) Veröff. Astrophys. Obs. Potsdam, Bd. 11, p. 257.
3) Bemporad, Atti d. R. Accad. d. Lincei, Rom 1908.

λ	p	J
403,7 $\mu\mu$	0,553	1,833
409,1	564	1,830
414,7	575	1,652
421.0	587	1,644
427,5	594	1,662
434,3	611	1,666
441,7	631	1,748
449,4	639	1,785
457,8	647	1,802
466,6	666	1,786
467,2	674	1,781
486,1	689	1,719
497,4	702	1,650
509,4	710	1,609
522,6	717	1,579
537,0	725	1,570
552,5	740	1,513
569,7	745	1,464
588,9	751	1,457
609,8	768	1,342
633,3	791	1,266
661,0	815	1,167
692,5	835	1,088
728,0	850	0,996
769,0	860	0,887

Der mittlere Transmissionskoeffizient für das ganze sichtbare Spektrum wurde berechnet aus

$$p = \frac{\Sigma(Jp)}{\Sigma J}$$

und ergab sich

$$p = 0{,}700$$

während das einfache Mittel

$$\frac{\Sigma p}{n} = 0{,}697$$

lieferte. Mit diesen Mittelwerten soll nun eine Reduktion der Potsdamer Extinktionstabellen, die empirisch aus den Beobachtungen aufgestellt worden sind, versucht werden. Vorher möge noch einmal kurz zusammengefasst werden:

Die Bestimmung der vertikalen Transmission der Atmosphäre ist zurzeit noch eine offene Frage. Die Bouguersche Methode liefert zu grosse Werte, da sie von der Voraussetzung ausgeht, dass die Transmission pro Atmosphäre in allen Zenitdistanzen dieselbe ist. Die andere Methode, von verschiedenen Stationen ungleicher Höhenlage zu beobachten und die Transmission der dazwischen liegenden

Luftschichten zu bestimmen, ist nicht anwendbar auf die ganze Atmosphäre, weil wir nichts Genaues über den Verlauf der Durchsichtigkeit mit der Höhe wissen.

Simultanbeobachtungen an mehreren, auf den Abhang eines hohen Berges verteilten Stationen könnten vielleicht die Frage der Lösung näher bringen, desgl. Strahlungsmessungen im Freiballon. Ein Versuch meinerseits, die vom Kgl. Preuss. Aeronautischen Observatorium bei Freiballonfahrten ausgeführten Strahlungsmessungen (IV. Bd. Veröff. 1908) zu diesem Zweck zu verwerten, scheiterte sowohl an der geringen Anzahl der Beobachtungen, wie an ihrer Güte, da die Beobachtungen laut Protokoll oft durch Wolken, Schnee etc. gestört waren.

Vorläufige Bestimmung der Transmissionen aus der Potsdamer mittleren Extinktionstabelle und der für α Aurigae gültigen Tabelle.

Von den einzelnen Tabellen wurden zunächst die mittlere und die für α Aurigae bestimmte benützt. Reduziert wurde nach der angegebenen Formel

$$\frac{\varphi(z) + K}{m_z} = c_z$$

Man erhält:

	Tabelle: α Aurigae					Mittlere Tabelle			
z	φ(z)	φ(z)+K	m	c	p	φ(z)	φ(z)+K	c	p
0°	0,0000	0,1530	0,988	0,1549	0,700	0,0000	0,1549	0,1568	0,697
10	0,0005	0,1535	1,003	0,1530	0,703	0,0004	0,1553	0,1548	0,700
15	0,0021	0,1551	1,023	0,1516	0,705	0,0016	0,1565	0,1529	0,703
20	0,0046	0,1576	1,051	0,1500	0,708	0,0037	0,1586	0,1508	0,707
25	0,0082	0,1612	1,090	0,1479	0,711	0,0068	0,1617	0,1483	0,711
30	0,0129	0,1659	1,140	0,1455	0,715	0,0112	0,1661	0,1457	0,715
35	0,0191	0,1721	1,205	0,1428	0,720	0,0169	0,1718	0,1426	0,720
40	0,0270	0,1800	1,288	0,1398	0,725	0,0244	0,1793	0,1392	0,726
45	0,0376	0,1906	1,396	0,1365	0,730	0,0346	0,1895	0,1357	0,732
50	0,0520	0,2050	1,534	0,1336	0,735	0,0482	0,2031	0,1324	0,737
55	0,0724	0,2254	1,719	0,1311	0,740	0,0667	0,2216	0,1289	0,743
60	0,1018	0,2548	1,971	0,1293	0,743	0,0920	0,2469	0,1253	0,749
65	0,1449	0,2979	2,329	0,1279	0,745	0,1276	0,2825	0,1213	0,756
70	0,2088	0,3618	2,869	0,1261	0,748	0,1798	0,3347	0,1167	0,764
75	0,3041	0,4571	3,770	0,1212	0,757	0,2596	0,4145	0,1099	0,776
80	0,4483	0,6013	5,531	0,1087	0,779	0,3907	0,5456	0,0987	0,797

Für α Aurigae, der im spektralen Verhalten identisch der Sonne ist, wurde als Transmissionswert $p = 0{,}700$ angenommen, entsprechend den Untersuchungen Abbots und Fowles. Für die mittlere Pots-

damer Extinktionstabelle wurde $p = 0{,}697$ benutzt; dies war das Mittel sämtlicher im sichtbaren Spektrum von Abbot und Fowle bestimmten Transmissionen. Da die Messungen nicht gleichmässig über das Gebiet $\lambda = 0{,}40\,\mu$ bis $\lambda = 0{,}76\,\mu$ verteilt sind, wurde das Intervall in 4 gleiche Teile von $0{,}09\,\mu$ zerlegt; also Teil I von $\lambda = 0{,}40$ bis $0{,}49\,\mu$, Teil II von $0{,}49\,\mu$ bis $0{,}58\,\mu$ usw. In jeder Abteilung wurde der mittlere Transmissionskoeffizient gebildet (p_1, p_2, p_3, p_4), jeder Beobachtung das Gewicht 1 gegeben und der mittlere Koeffizient für das ganze Intervall gebildet nach

$$\bar{p} = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2 + n_3 p_3 + n_4 p_4}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}$$

wo n_1, n_2 . . . die Anzahl der Bestimmungen in den einzelnen Teilen sind. Der so gefundene Wert ergab sich ebenso gross

$$p = 0{,}697$$

wie der gewöhnliche Mittelwert.

Aus dem Gang in den berechneten Werten des Transmissionskoeffizienten beider Tabellen ersehen wir deutlich den Einfluss der selektiven Absorption: Die spezifische Transmission der Luft, d. h. die Transmission durch 1 Atmosphäre, ist am kleinsten im Zenit und nimmt allmählich zu bis an den Horizont.

Wir sehen ferner, dass die Transmission für die mittlere Tabelle ein rascheres Wachstum nach dem Horizont zu zeigt, als die für α Aurigae, obwohl sie im Zenit kleiner ist als diese. Auf diese Eigentümlichkeit, die auf der verschiedenen Färbung der Sterne beruht, soll im folgenden Abschnitt näher eingegangen werden.

4. Abschnitt.

Bei der Herstellung der Potsdamer Extinktionstabelle sind ursprünglich die 4 Sterne α Cygni, η Ursae majoris, δ Persei und α Aurigae benutzt worden; als sich jedoch eine Abhängigkeit der Extinktion von der Farbe des betreffenden Gestirns bemerkbar machte, nahm Müller noch den rötlichen Stern α Tauri in sein Beobachtungsprogramm auf. Im Folgenden sind die für die einzelnen Sterne gefundenen Extinktionstabellen zusammengestellt[1]).

[1]) Entnommen Veröff. Astroph. Obs. Potsd. Bd. III S. 268.

log φ (z)

z	α Cygni	η Urs. maj.	δ Persei	α Aurigae	α Tauri
0°	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
10°	0,0002	0,0002	0,0003	0,0005	
20°	0,0026	0,0032	0,0037	0,0046	
30°	0,0085	0,0099	0,0107	0,0129	
40°	0,0192	0,0212	0,0229	0,0270	0,0318[1])
50°	0,0370	0,0404	0,0447	0,0520	0,0670
60°	0,0687	0,0779	0,0854	0,1018	0,1255
70°	0,1383	0,1587	0,1700	0,2088	0,2226
80°	0,3395	0,3453	0,3908	0,4483	0,4290
Farbe	W	W	GW	WG−	G + (RG)
Spektrum	Ia_2	Ib	Ia_1	IIa	IIa,IIa−IIIa
p Potsd.	0,8421	0,8212	0,8122	0,7950	0,8075
p Säntis	—	—	0,873	0,865	0,872

Am Schlusse der Extinktionstabellen sind noch beigefügt für jeden Stern seine Farbe in der Müller-Kempfschen Bezeichnungsweise, die Spektralklasse nach Vogel und die für Potsdam und den Gipfel des Säntis gültigen Transmissionskoeffizienten p; dieselben wurden von Müller erhalten nach der aus der Laplaceschen Extinktionstheorie folgenden Beziehung

$$\log p = - K \cdot \alpha_0$$

wo α_0 die Refraktionskonstante für das Zenit und K eine aus allen Beobachtungen zu bestimmende Konstante ist.

Aus den Extinktionstabellen folgt, dass mit zunehmender Zenitdistanz die Unterschiede in log φ (z) für die einzelnen Sterne grösser und grösser werden; eine Abhängigkeit der Extinktion von der Farbe ist unverkennbar. Schon Müller hatte das erwartet in der Weise, dass die weissen Sterne entsprechend dem Überwiegen der blauen Strahlen eine stärkere Extinktion mit wachsender Zenitdistanz erleiden müssten, als die roten Sterne. Es zeigte sich aber gerade das Gegenteil: Die weissen Sterne werden am wenigsten, die gelblichen und rötlichen am meisten nach dem Horizont zu geschwächt. Müller führt diesen Widerspruch auf physiologische Ursachen, das Purkinje-Phänomen, und die von Lindemann beobachtete Tatsache zurück, dass die Empfindlichkeit des Auges für rötliches Licht sehr

[1]) Da α Tauri in Potsdam nur eine Zenitdistanz von 36° erreicht, sind die Werte φ (z) von 0 bis 36° gleich denen von α Aurigae gesetzt.

variabel ist[1]). Eine andere Erklärung ist in der Tat nicht möglich; wir wissen aus spektralphotometrischen Messungen, dass die spezifische Absorption für verschiedene Strahlensorten verschieden ist, und dass die roten Strahlen beim Durchgang durch die Atmosphäre nur wenige Prozent ihrer ursprünglichen Intensität einbüssen (nach den neuesten Messungen Müllers auf Teneriffa 1910 ca. 5 %), während die blauen Strahlen erheblich stärker absorbiert werden. Für einen roten Stern, wie α Tauri, muss demnach, da bei ihm die grossen Wellenlängen in ihrer Intensität überwiegen, die Atmosphäre durchsichtiger sein, wie für einen weissen Stern. Eigentümlich ist auch, dass zwischen 70° und 80° Zenitdistanz die Extinktion für α Aurigae stärker ist als für α Tauri, und dass α Aurigae den kleinsten Transmissionskoeffizienten besitzt, sowohl nach den Potsdamer- wie den Säntis-Beobachtungen.

Man ist also bei Extinktionsmessungen genötigt, die Farbe des betr. Gestirnes zu berücksichtigen. Schon Zoellner hatte bei der Konstruktion seines bekannten Photometers diesem Gedanken durch Anbringung des Kolorimeterkreises Ausdruck gegeben, indessen begnügen sich die meisten Beobachter damit, dem künstlichen Vergleichsstern eine mittlere gelblich-weisse Farbe zu geben und diese unverändert beizubehalten. Der Hauptgrund für dieses Verfahren liegt allerdings daran, dass die meisten Mischfarben des Zoellnerschen Kolorimeters in keiner Weise den Farben der Sterne entsprechen.

Erst in neuerer Zeit[2]) ist man dazu übergegangen, die Sterne nach Farben systematisch zu ordnen; unter den Farbenkatalogen sind vor allem der von Osthoff[3]) und der in der „Potsdamer Photometrischen Durchmusterung“ von Müller und Kempf[4]) enthaltene zu nennen.

Nicht nur in der Astrophysik, wo man Beziehungen zwischen Sternfarbe und Temperatur, Einfluss der Farbe auf Helligkeitsmessungen und Vergleichungen u. a. m. festgestellt hat, auch in der Astrometrie macht sich der Einfluss der Farbe bemerkbar: Infolge der atmosphärischen Dispersion ist die Refraktion eines weissen Sterns anders als die eines roten, und dieser Umstand spielt bei der Positionsbestimmung, in der Photogrammetrie der Gestirne und bei Distanzmessungen verschieden gefärbter Doppelsterne eine grosse

[1]) In neuerer Zeit bestätigt von Osthoff, Astr. Nachr. 4252.
[2]) H. Osthoff, 1900.
[3]) Astr. Nachr. Bd. 153.
[4]) Veröff. Astroph. Obs. Potsdam, Bd. 17.

Rolle. Man ist gezwungen, je nach der Farbe des Sterns einen anderen Refraktionskoeffizienten zu benützen, da man mit dem mittleren für sichtbares Licht ($\lambda = 570\,\mu\mu$) geltenden nicht mehr auskommt. Dasselbe findet bei der Absorption verschieden gefärbten Sternenlichts in unserer Atmosphäre statt; auch hier kommt man mit einem mittleren Absorptionskoeffizienten nicht mehr aus. Es wird sich empfehlen, dieselben Methoden und Resultate, wie bei der Refraktion, auch auf die Extinktion anzuwenden.

Die Farbe eines Sterns wird durch das Überwiegen eines bestimmten Spektralgebietes gegenüber den anderen hervorgerufen; das optische Strahlungsmaximum liegt bei einem roten Stern im roten, bei einem gelben Stern im gelben und bei einem weissen Stern im grünen oder blauen Teil seines Spektrums. Dies hat dazu geführt, die Sternfarbe in Wellenlängen auszudrücken. Der erste, der das vorschlug, war Konkoly[1]; er erzeugte in Geislerröhren Spektra verschiedener Gase — Wasserstoff, Titanium u. a. —, verglich die so erhaltenen Farben mit Objekten am Himmel und bestimmte schliesslich die Wellenlänge des Strahlungsmaximums des betr. Spektrums. So schlägt er z. B. für die Farbe von α Tauri als Äquivalent

$$\lambda = 541{,}3\ \mu\mu$$

vor.

Eine andere Methode, die Intensitätsverteilung im Sternspektrum zu bestimmen, schlug Comstock[2] vor: Setzt man vor das Objektiv eines Fernrohrs ein Gitter, so erhält man neben dem Zentralbild des Sterns rechts und links Beugungsspektren 1., 2. . . . Ordnung; diese Spektren sind, ausgenommen bei sehr hellen Sternen, verhältnismässig sehr schwach, so dass im allgemeinen nur das Gebiet maximaler Strahlung als helle Linie sichtbar ist. Aus der mikrometrisch gemessenen Distanz der konjugierten Spektren 1., 2. . . . . Ordnung lässt sich die sog. „effektive" Wellenlänge berechnen[3]. Von Comstock scheint die Bezeichnung „effektiv" herzurühren und er definiert sie folgendermassen:

> l. c. pag. 26: . . . if we understand by that term the wave-length of that part of the stellar spectrum, which the observer adopts as determining the position of the star and upon which his attention is concentrated in the observing. pag. 27: The term . . . . is nearly equivalent to the wave-

1) Observatory 4.
2) Astroph. Journ. V.
3) s. Kayser, Hdb. d. Spektroskopie I, pag. 416.

length of the (visually) brightest part of the stars spectrum. pag. 29: . . . . and as determining the value of λ corresponding to the point of maximum brightness in the spectrum, i. e. the effective wave-length as shown below.

Hieraus geht klar hervor, dass er unter effektiver Wellenlänge diejenige des Strahlungsmaximum definiert, für die er bei Positionsbestimmungen den Wert der Refraktionskonstante eingesetzt haben will. Comstock hat auch für eine Anzahl Sterne das λ bestimmt und für einige bekannte mögen die Werte von λ folgen; beigefügt sind ferner die Farbe nach Osthoff, nach Müller und die Spektralklasse nach Vogel.

*	λ in $\mu\mu$	Farbe (Osthoff)	Farbe (Müller)	Spektrum (Vogel)
α Aquilae	559	0	GW —	Ia_3—IIa
α Lyrae	562	0	W	Ia_2
η Cassiopeiae	570	2	WG	IIa
β Andromedae	570	5	RG —	IIa—IIIa
α Tauri	570	7	G +	IIa
5 Lacertae	577	7	RG	—

Das Verschieben des λ für gelbe und rote Sterne nach grösseren Wellenlängen hin, der Zusammenhang mit Farbe und Spektralklasse ist unverkennbar.

Im Mittel erhält Comstock aus allen Beobachtungen für seine 3 Sternklassen die folgenden effektiven Wellenlängen:

I. Klasse: weisse Sterne $\lambda = 564{,}0\ \mu\mu$ (13 Beobachtungen)
II. Klasse: gelbe „ 572,6 „ (31 „)
III. Klasse: rote „ 574,6 „ (7 „)

Das schwache Anwachsen der λ von gelb zu rot dürfte an der geringen Zahl der Beobachtungen liegen.

Später hat Lau [1]) dieselbe Methode angewandt und von 70 Sternen verschiedener Spektralklassen die effektive Wellenlänge gemessen. Er findet im Mittel aus seinen und Comstocks Messungen für die Pickering-Spektralklassen [2]) und für die Helligkeitsgrösse m = 3,5 folgende Werte der effektiven Wellenlängen:

[1]) Lau, Astr. Nachr. 4134.
[2]) Annals of Harvard College Vol. L.

Spektrum (Harvard)	λ
B	565 $\mu\mu$
A	565 „
F	570 „
G	570 „
K	575 „
M	579 „

Auf diese Werte wird später noch zurückgegriffen werden, deshalb unterbleibt hier eine Diskussion.

Gegenüber diesen empirischen Methoden fehlt es auch nicht an Versuchen, theoretisch aus den Strahlungsgesetzen den Wert von λ zu ermitteln. Aus Vogels spektralphotometrischen Messungen[1]) hat v. Harkanyi[2]) versuchsweise für einige hellere Sterne λ und die Temperatur bestimmt gemäss der bekannten Wienschen Spektralgleichung

$$\lambda_{max} \cdot T = c$$

wo $c = 2940$ nach Lummer und Pringsheim für den schwarzen Körper, $c = 2630$ für blankes Platin ist. So findet er z. B.

für Sirius, α Lyrae	$\lambda = 0{,}46\ \mu$
α Bootis, α Tauri	$\lambda = 1{,}08\ \mu$
α Orionis	$\lambda = 0{,}98\ \mu$

Indessen ist bei diesen Untersuchungen die Extinktion nicht streng berücksichtigt und die Schwankungen der Werte λ — bei 3 Sternen liegt das Strahlungsmaximum im unsichtbaren Spektrum! — erweisen zur Genüge die grosse Ungenauigkeit dieser Methode.

Ähnliche, sehr umfangreiche spektralphotometrische Untersuchungen wurden von Scheiner und Wilsing[3]) angestellt, um die „effektive Sterntemperatur" von 109 Fixsternen zu bestimmen, d. i. diejenige Temperatur, die ein schwarzer Körper von gleichen Dimensionen wie der Stern haben würde, falls die Strahlung beider identisch ist. Abgesehen von diesen hypothetischen Elementen in der Definition der effektiven Sterntemperatur wurden die Messungen nur an 5 Stellen des sichtbaren Spektrums, die frei von Absorptions-

1) Monatsber. Berl. Akad. 1880.
2) Astr. Nachr. 3770.
3) Publ. Astrophys. Obs. Potsdam, Bd. 19.

banden sind, ausgeführt, und das dürfte zur genauen Bestimmung der Wellenlänge maximaler Strahlung kaum genügen.

Jedenfalls ist der Bestimmung der effektiven Wellenlänge mit Hilfe eines Gitters der Vorzug zu geben, solange nicht genauere Messungen der Intensitätsverteilung im sichtbaren Spektrum vorliegen. Im Folgenden ist nun der Versuch gemacht, auf Grund der von Comstock und Lau (l. c.) ermittelten Wellenlängen die Absorptionskoeffizienten für die 5 Potsdamer Extinktionssterne zu bestimmen.

Die effektive Wellenlänge hängt nicht nur von der Farbe, sondern auch von der Helligkeit des betr. Gestirns ab. Lau fand aus seinen Messungen, dass mit abnehmender Helligkeit das Maximum sich gegen Violett verschiebt, dagegen aus Comstocks Messungen das umgekehrte. Es ist $\frac{\Delta\lambda}{\Delta m}$ im Mittel:

nach Comstock: $+2{,}2\ \mu\mu$
nach Lau: $-3{,}4$ „

Hertzsprung[1]), der den Einfluss der photographischen Helligkeit auf die photographische effektive Wellenlänge untersuchte, kam zu dem Resultat, dass mit zunehmender Helligkeit bzw. Expositionszeit im allgemeinen die effektive Wellenlänge vergrössert wird; bestätigt wurden diese Folgerungen von Ö. Bergstrand[2]).

Im Folgenden ist mit Lau angenommen, dass die effektive Wellenlänge mit abnehmender Helligkeit sich nach Violett verschiebt, $\frac{\Delta\lambda}{\Delta m}$ also negativ ist. Lau erhält aus seinen Messungen folgende Werte von λ und $\frac{\Delta\lambda}{\Delta m}$ für die einzelnen Spektralklassen:

B	$\lambda = 565{,}3\ \mu\mu$	$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m} = -4{,}8\ \mu\mu$
A	565,9 „	$-2{,}1$ „
F	570,8 „	$-5{,}8$ „
G	570,8 „	$-5{,}8$ „
K	576,8 „	$-5{,}7$ „
M	584,7 „	$-8{,}1$ „

Die Werte von λ gelten für die Helligkeit 3,5 m. Das unregelmässige Anwachsen der effektiven Wellenlänge mit der Spektralklasse

[1]) Bulletin astronomique XXV. 1908.

[2]) Astr. Nachr. 4240, desgl. Nova acta R. Soc. Scient. Ups. Ser. IV. Vol. 2. No. 4.

Fig. 4a

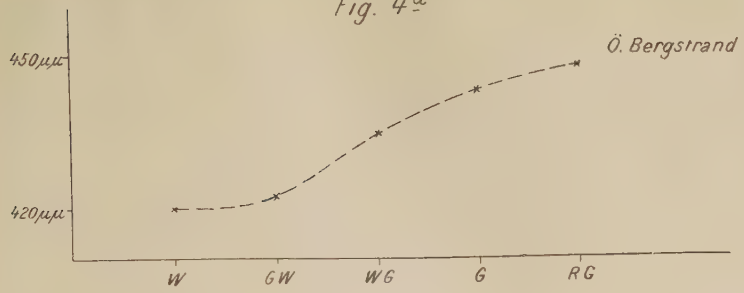


Fig. 4b

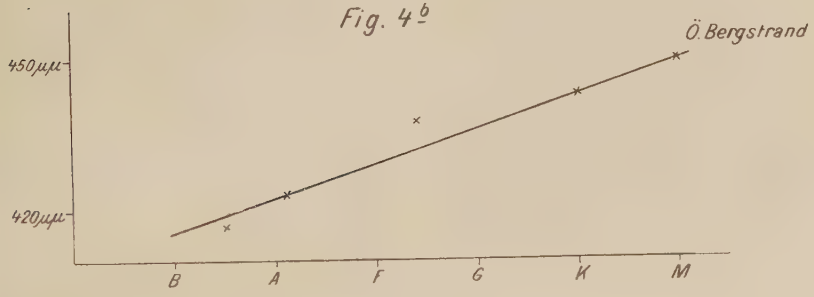


Fig. 4c

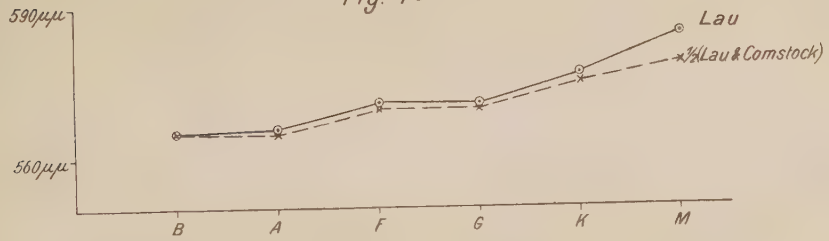
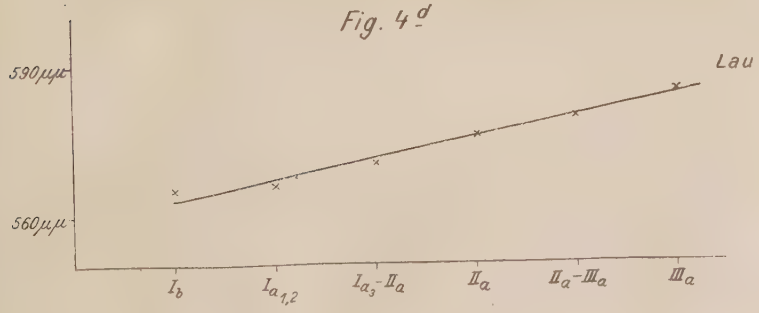


Fig. 4d



befremdet[1]); indessen ist zu berücksichtigen, dass die Pickeringsche Klassifikation aus photographischen Aufnahmen von Sternspektren abgeleitet worden und deshalb mit visuellen Beobachtungen nicht vergleichbar ist. Eine ähnliche Erfahrung machte Bergstrand (l. c.), als er seine photographisch-effektiven Wellenlängen mit den Potsdamer visuellen Farbenbezeichnungen — W, GW . . . . G, GR — vergleichen wollte[2]); erst als er statt der Farben die photographischen Spektralklassen Pickerings mit den erhaltenen Resultaten verglich, ergab sich die erwartete und erwünschte lineare Beziehung zwischen effektiver Wellenlänge und einem anderen Farbenäquivalent[3]).

Macht man mit den von Lau erhaltenen Resultaten dasselbe, d. h. vergleicht man sie mit der visuell hergestellten Vogelschen Spektralklassifikation, so ist es zunächst nötig, die beiden Spektralklassensysteme derart in Beziehung zueinander zu setzen, dass man leicht von einem System ins andere übergehen kann.

Es entsprechen nach Newcomb-Engelmann (1910) im allgemeinen einander die folgenden Klassen:

Harvard-Pickering	Vogel
A	Ia
B	Ib
F	Ia — IIa
G	IIa
K	IIa—IIIa
M	IIIa

Vergleicht man allein die von Lau benutzten Sterne, soweit ihr Spektrum in beiden Systemen untersucht ist, und wendet man die neueren Vogelschen Bezeichnungen[4]) an, so ergibt sich folgendes Bild:

Es entspricht

dem Harvard-Intervall	die Vogelsche Spektralklasse
B — B 5 A	I b
B 5 A — A 5 F	$I a_1$ und $I a_2$
F — G	$I a_3$ — II a
G — K 5 M	II a
K	II a — III a
K — M 5	III a

[1]) s. Fig. 4c.
[2]) s. Fig. 4a.
[3]) s. Fig. 4b.
[4]) Publik. d. Astroph. Obs. Potsdam, Bd. 12, Nr. 39, 1899.

Trägt man nun die Vogelschen Spektralklassen als Abszisse, die effektiven Wellenlängen nach Lau als Ordinaten auf — siehe Fig. 4[d] —, so erhält man genähert eine lineare Beziehung zwischen beiden, ein regelmässiges Anwachsen der effektiven Wellenlänge mit der Spektralklasse; die Darstellung wird noch besser, wenn man die Mittel aus Comstock's und Lau's (oben wiedergegebenen) Werten nimmt.

Bestimmen wir nun für die 5 Potsdamer Extinktionssterne die effektive Wellenlänge, nach den Lau'schen Resultaten, einmal unter Zugrundelegung der Harvard-Klassen und der Harvard-Helligkeit, das andere Mal nach Vogel und der Helligkeit des Potsdamer Kataloges. Es ergibt sich:

	Harvard			Potsdam		
	Spektrum	Helligkt.	$\lambda\,\mu\mu$	Spektrum	Helligkt.	$\lambda\,\mu\mu$
α Cygni	A 2 F	1,33	573,0	Ia_2	1,59	574,5
η Urs. maj.	B 3 A	1,91	571,8	Ib	2,26	569,2
δ Persei	B 5 A	3,10	567,0	Ia_1	3,31	565,6
α Aurigae	G	0,21	589,9	IIa	0,43	585,4
α Tauri	K 5 M	1,06	597,6	IIa—IIIa	1,15	587,0

und zwar sind für die Harvard-Klassen die Werte für λ und $\frac{\Delta\lambda}{\Delta m}$ streng interpoliert worden, während für die Potsdamer Klassen und Helligkeiten folgende mittleren Werte angenommen wurden:

Spektralklasse	effekt. Wellenlänge
I b	564,0 $\mu\mu$
$I\,a_1$	567,0 „
$I\,a_2$	569,0 „
$I\,a_3$ — II a	572,0 „
II a	575,0 „
II a — III a	579,0 „
III a	584,0 „

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta m} = -3{,}4\ \mu\mu$$

Letzteres ist der mittlere Wert, den Lau gefunden hat.

Wie man sieht, sind die Unterschiede für die zugehörigen Werte von λ im allgemeinen sehr gering: nur bei α Tauri findet sich eine Differenz von ca. 11 $\mu\mu$ je nach der Art und Weise, wie man λ bestimmt. Dies hat seinen Grund darin, dass α Tauri als rötlicher Stern in einer photographisch-spektralen Einteilung erheblich tiefer steht als in einer mit dem Auge hergestellten Klassifikation, entsprechend der grösseren

photographischen Wirksamkeit des violetten Endes des Spektrums. Nach Pickering hat α Tauri ein Spektrum K 5 M, was der Vogel'schen Klasse III a entsprechen würde; Vogel definiert aber das Spektrum als II a, später II a — III a.

Nimmt man nun zur Bestimmung der zugehörigen Transmissionskoeffizienten die von Abbot und Fowle (l. c.) für das gesamte Spektrum ermittelten Werte zu Hilfe, so erhalten wir für die 5 Sterne die folgenden zenitalen Durchlässigkeitskoeffizienten

	Harvard	Potsdam
α Cygni . . .	p = 0,746	0,746
η Urs. maj	0,746	0,745
δ Persei	0,744	0,744
α Aurigae	0,751	0,750
α Tauri	0,758	0,750

Bis auf α Tauri stimmen die einzelnen Werte sehr gut überein; für ihn ist im folgenden das Mittel aus beiden Bestimmungen, p = 0,754, angenommen.

Alle Werte von p sind höher als der früher — im 3. Abschnitt — verwandte; im Mittel ist p = 0,750, entsprechend einer effektiven Wellenlänge von 570 $\mu\mu$. Dies ist auch in der Tat die mittlere effektive Wellenlänge für sichtbares Licht, wie sie Abney und andere gefunden haben.

Mit Hilfe der für jeden Stern gültigen Extinktionstabelle und der betreffenden Transmissionskoeffizienten werden nun die Durchsichtigkeitsverhältnisse bis zum Horizont hinab bestimmt gemäss der hier vorgeschlagenen Formel

$$c_z = \frac{\varphi(z) + K}{m_z}$$

$$c_z = -\log p_z$$

wo φ, m, c, Zenitreduktion, Luftmasse, Absorptionskoeffizient bei der Zenitdistanz z sind und K eine Konstante ist.

Bestimmung der Transmission für verschiedene Zenitdistanzen, für jeden Stern gesondert.

z	m	α Cygni				η Urs. maj.			
		φ(z)	φ(z) + K	c	p	φ(z)	φ(z) + K	c	p
0									
0	0,988	0,0000	0,1258	0,1273	0,746	0,0000	0,1258	0,1273	0,746
10	1,003	0,0002	0,1260	0,1256	0,749	0,0002	0,1260	0,1256	0,749
20	1,051	0,0026	0,1284	0,1222	0,755	0,0032	0,1290	0,1227	0,754
30	1,140	0,0085	0,1343	0,1178	0,762	0,0099	0,1357	0,1190	0,760
40	1,288	0,0192	0,1450	0,1126	0,772	0,0212	0,1470	0,1141	0,769
50	1,534	0,0370	0,1628	0,1061	0,783	0,0404	0,1662	0,1083	0,779
60	1,971	0,0687	0,1945	0,0987	0,797	0,0779	0,2037	0,1033	0,788
70	2,869	0,1383	0,2641	0,0921	0,809	0,1587	0,2845	0,0992	0,796
80	5,531	0,3395	0,4653	0,0841	0,824	0,3453	0,4711	0,0852	0,822

In gleicher Weise erhält man für die übrig bleibenden Sterne

z	m	δ Persei		α Aurigae		α Tauri	
		c	p	c	p	c	p
0							
0	0,988	0,1284	0,744	0,1249	0,750	0,1226	0,754
10	1,003	0,1268	0,747	0,1235	0,753		[1]
20	1,051	0,1243	0,751	0,1218	0,756		
30	1,140	0,1207	0,757	0,1196	0,759		
40	1,288	0,1163	0,765	0,1168	0,764	0,1187	0,761
50	1,534	0,1118	0,773	0,1143	0,769	0,1226	0,754
60	1,971	0,1077	0,780	0,1143	0,769	0,1251	0,750
70	2,869	0,1035	0,788	0,1158	0,766	0,1198	0,759
80	5,531	0,0936	0,806	0,1034	0,788	0,0995	0,812

Während bei den ersten 3 Sternen die Durchlässigkeit der Luft kontinuierlich nach dem Horizont zunimmt, ist bei α Aurigae ein Sprung in den Werten von p zu bemerken. Die Durchlässigkeit nimmt zwischen 50 und 70° Zenitdistanz langsam ab und dann wieder stark zu; auch die Zenitreduktion φ(z) zeigt hier ein eigenartiges Verhalten, indem sie bedeutend steiler verläuft als zuvor. Auf dieser Eigentümlichkeit, die bereits früher erwähnt wurde, beruht das Schwanken des Transmissionskoeffizienten.

Ohne jeden systematischen Charakter schwanken die Werte von p bei α Tauri. Hier überdecken sich offenbar verschiedene, in ihrer Wirkung entgegengesetzte Erscheinungen, auf die gleichfalls am Anfang dieses Abschnittes hingewiesen wurde: das Purkinje-Phänomen, die Veränderlichkeit der Augenempfindlichkeit für rotes Licht und die grössere Durchlässigkeit der Luft für lange Wellen. Auch einzelne Beobachtungsreihen dieses Sterns an verschiedenen Tagen, die zur

[1] Siehe S. 33, Anm. 1.

Herstellung der Extinktionstabelle gedient hatten, wurden in derselben Weise wie diese bearbeitet, aber mit demselben Resultat: die berechneten Transmissionskoeffizienten schwankten ausserordentlich. Jedenfalls ist bei den Sternen α Aurigae und α Tauri Theorie und Beobachtung nicht in Übereinstimmung zu bringen.

Auch bei den 3 weissen Sternen α Cygni, η Ursae majoris und δ Persei, scheint eine Unstimmigkeit insofern zu bestehen, als die zwei Sterne α Cygni und η Urs. maj., nach der Potsdamer Bezeichnung beide von der Farbe W, eine geringere Extinktion erleiden als der mit GW, gelblich-weiss, bezeichnete Stern δ Persei, während nach der hier vertretenen Ansicht das Umgekehrte stattfinden müsste. Dieser Widerspruch löst sich, sobald wir die Sterne spektralanalytisch betrachten: hier hat α Cygni ein Spektrum Ia_2, η Urs. maj. Ib und δ Persei Ia_1. Berücksichtigt man nun, dass nach neueren Untersuchungen[1]) die Spektra der Klasse Ia_1 die höchste effektive Temperatur besitzen, dass dann Klasse Ib_1 und schliesslich Ia_2 folgt, berücksichtigt man ferner, dass mit steigender Temperatur die Farbe nach kürzeren Wellenlängen hinwandert[2]), so muss in der Tat δ Persei eine grössere Extinktion erleiden wie η Urs. maj. und dieser wieder stärker absorbiert werden als α Cygni. Auch die Durchlässigkeitskoeffizienten, sowohl die von Müller bestimmten (S. 33), wie die hier angewendeten (S. 42) müssen am kleinsten für δ Persei, am grössten für α Cygni sein.

Zum Schluss dieses Abschnitts ist die mittlere Potsdamer Extinktionstabelle, wie sie Müller aus seinem gesamten Beobachtungsmaterial für mittlere Sternfarbe gültig hergestellt hat, in der (S. 42 unten) angegebenen Weise reduziert worden. Als zenitaler Transmissionswert ist $p = 0{,}750$ entsprechend der mittleren effektiven Wellenlänge $\lambda = 0{,}570\ \mu$ für sichtbares Licht angenommen. Im folgenden die Ergebnisse:

[1]) Scheiner u. Wilsing, Veröff. Astroph. Obs. Potsdam, Bd. 19.
[2]) Dies folgt aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz.

Mittlere Potsdamer Extinktionstabelle.

z	m	c	p	z	m	c	p
0				0			
0	0,988	0,1249	0,750	58	1,860	0,1098	0,777
10	1,003	0,1234	0,753	59	1,914	0,1095	
20	1,051	0,1209	0,757	60	1,971	0,1093	0,778
30	1,140	0,1181	0,762	61	2,031	0,1091	
31	1,152	0,1177	0,763	62	2,097	0,1088	0,779
32	1,164	0,1174		63	2,169	0,1084	
33	1,177	0,1171	0,764	64	2,247	0,1081	0,780
34	1,191	0,1167		65	2,329	0,1077	
35	1,205	0,1164	0,765	66	2,418	0,1074	0,781
36	1,220	0,1161	0,766	67	2,515	0,1071	
37	1,236	0,1157		68	2,622	0,1067	0,782
38	1,252	0,1154	0,767	69	2,740	0,1062	0,783
39	1,269	0,1151		70	2,869	0,1057	0,784
40	1,288	0,1147	0,768	71	3,012	0,1051	0,785
41	1,308	0,1144		72	3,170	0,1044	0,786
42	1,328	0,1141	0,769	73	3,347	0,1036	0,788
43	1,350	0,1137		74	3,545	0,1027	0,789
44	1,372	0,1135	0,770	75	3,770	0,1016	0,791
45	1,396	0,1132		76	4,026	0,1004	0,794
46	1,421	0,1129	0,771	77	4,319	0,0989	0,796
47	1,447	0,1126		78	4,659	0,0972	0,799
48	1,474	0,1124	0,772	79	5,058	0,0953	0,803
49	1,504	0,1121		80	5,531	0,0929	0,807
50	1,534	0,1119	0,773	81	6,100	0,0904	0,812
51	1,567	0,1116		82	6,798	0,0876	0,817
52	1,602	0,1113	0,774	83	7,668	0,0847	0,823
53	1,638	0,1111		84	8,785	0,0819	0,828
54	1,678	0,1108	0,775	85	10,257	0,0792	0,833
55	1,719	0,1106		86	12,267	0,0766	0,838
56	1,763	0,1103	0,776	87	15,136	0,0737	0,844
57	1,809	0,1101		88	19,444	0,0702	0,851

Die erhaltenen Werte p sind in Fig. 5[a] und 5[b] als Funktion der Zenitdistanz z und der Luftmasse m eingetragen. Man sieht aus 5[a], dass p bis 70° Zenitdistanz ziemlich gleichmässig und langsam ansteigt, um dann erheblich steiler emporzuschnellen. Aus 5[b] ist der Einfluss der selektiven Absorption im Sinne Langley-Forbes deutlich zu erkennen: Die spezifische Durchlässigkeit der Luft nimmt stark zu zwischen Luftmasse 1 und 2, nähert sich aber für sehr grosse durchsetzte Luftmassen asymptotisch einem Grenzwert.

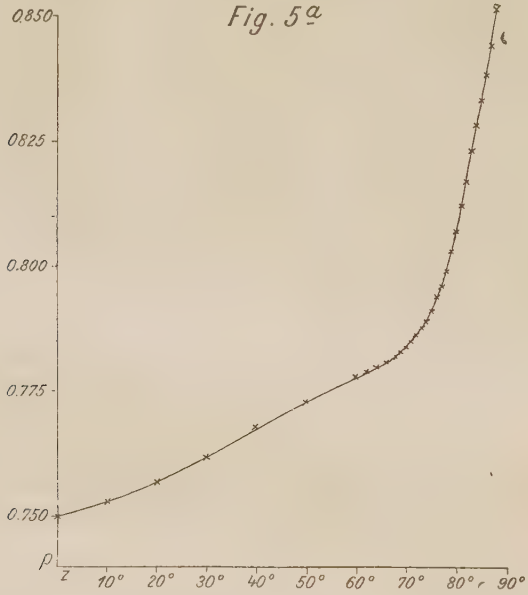
Es soll nun der Versuch gemacht werden, zwischen den einzelnen Werten von p eine Beziehung ausfindig zu machen, die es gestattet, von einem bekannten Wert p für eine bestimmte Zenitdistanz oder Luftmasse aus den Wert des Durchlässigkeitskoeffizienten für eine beliebige Zenitdistanz oder Luftmasse zu berechnen; dabei wird sich aus rechnerischen Gründen empfehlen, p als Funktion der Luftmasse

darzustellen. Fig. 5b zeigt, dass die erhaltenen Werte p sich im allgemeinen einer logarithmischen Linie anschliessen; nur zwischen Luftmasse 2 und 6 (entsprechend einer Zenitdistanz von 60° bis 80°) ist die Übereinstimmung schlecht. Trotzdem wollen wir zunächst einmal setzen

$$p = a \ln m + b$$

Die Konstante b ergibt sich als Wert von p für die Luftmasse 1, für Potsdam $p = 0{,}753$; für a findet man 0,034. Wir haben also

Fig. 5a



nunmehr zur Berechnung des Transmissionskoeffizienten p_m, gültig für die Luftmasse m, folgende Gleichung

$$p_m = 0{,}753 + 0{,}034 \ln m$$

nach der wir p für $m = 1, 2, 3 \ldots 19$ berechnen wollen, um sie dann mit den nach der Potsdamer mittleren Extinktionstabelle sich ergebenden Werten zu vergleichen. Die folgende Tabelle gibt in den Vertikalreihen die Luftmasse, den berechneten und beobachteten Wert von p.

Fig. 5b

m	p ber.	p beob.	Diff. Beob.-Rech.	m	p ber.	p beob.	Diff. Beob.-Rech.
1	0,753	0,753	0	11	0,835	0,835	0
2	0,777	0,778	+1	12	0,837	0,838	+1
3	0,790	0,785	−5	13	0,840	0,840	0
4	0,799	0,794	−5	14	0,843	0,842	−1
5	0,808	0,803	−5	15	0,845	0,844	−1
6	0,814	0,811	−3	16	0,847	0,846	−1
7	0,819	0,819	0	17	0,849	0,848	−1
8	0,824	0,825	+1	18	0,851	0,849	−2
9	0,828	0,829	+1	19	0,853	0,851	−2
10	0,831	0,832	+1	20	—	—	—

Bis auf das schon erwähnte Intervall $m = 2$ bis $m = 6$ ist die Übereinstimmung zufriedenstellend. Die nach den Beobachtungen folgende geringere Durchsichtigkeit der Luft zwischen 60^0 und 80^0 Zenitdistanz ($m = 2$ bis $m = 6$) kann man dadurch erklären, dass in der mittleren Extinktionstabelle, die ja aus den einzelnen Tabellen durch Mittelbildung hergestellt worden ist, auch die schlecht mit der Theorie übereinstimmenden Zenitreduktionen der rötlichen Sterne berücksichtigt sind, deren Transmissionswerte, wie wir oben sahen, ganz ausserordentlich zwischen 50^0 und 80^0 schwankten. Hätte man, um die mittlere Extinktionstabelle zu erhalten, den einzelnen Tabellen Gewichte bezüglich der Güte der Beobachtungen gegeben und dann die Mittel gebildet, so wäre die Zenitreduktion $\varphi(z)$ gemäss dem Überwiegen der weissen Sterne für eine genügend grosse Zenitdistanz ($z > 60^0$)[1]) kleiner ausgefallen und damit der Transmissionskoeffizient p grösser.

Der maximalen Differenz $p_{beob} - p_{ber} = -5$ entspricht eine Differenz der Absorptionskoeffizienten $c_{ber} - c_{beob} = 0{,}0025$ und eine Änderung der Zenitreduktion $\varphi(z)$ von 0,0075 bis 0,0125 für Luftmasse 3 bis 5. Berücksichtigt man, dass der grösste Unterschied in den einzelnen Tabellen für $z = 70^0$ rund 0,0850, für $z = 80^0$ rund 0,1100 beträgt, so ist es erklärlich, dass bei einfacher Mittelbildung sich Abweichungen von dem wirklichen Wert der Funktion ergeben, die obigen Wert erreichen können.

Wir halten jedenfalls an der oben gewonnenen Gleichung fest

$$p_m = p_0 + a \ln m$$

bemerken aber, dass der Form keinerlei theoretischer Charakter zukommt, sondern dass sie lediglich interpolatorischen Sinn hat.

Da wir nun imstande sind, von einem gegebenen Wert p aus alle anderen zu berechnen, steht auch der Herstellung einer „berechneten" mittleren Extinktionstabelle nichts mehr im Wege; es wird sich nur empfehlen, die Rechnungsart dermassen einfach zu gestalten, dass man leicht von der mittleren Tabelle aus sich eine für eine bestimmte Sternfarbe gültige herstellen kann. Wir hatten die Beziehung aufgestellt

$$\varphi(z) = \log J_0 - \log J_z = -c_0 m_0 + c_z m_z$$

oder

$$\varphi(z) + K = c_z m_z$$

$$c = -\log p$$

[1]) Bis $z = 60^0$ sind die Unterschiede der einzelnen Tabellen verschwindend klein.

Damit verbinden wir unsere neue Beziehung

$$p_m = p_0 + a \ln m$$

die wir, des Logarithmierens wegen, besser

$$\frac{p_m}{p_0} = 1 + \frac{a \ln m}{p_0}$$

schreiben.

Nun ist

$$\log p_m - \log p_0 = \log\left(1 + \frac{a \ln m}{p_0}\right) = c_0 - c_z$$

Eingesetzt in die Gleichung der Zenitreduktion ergibt

$$\varphi(z) = -c_0 m_0 + m_z\left[c_0 - \log\left(1 + \frac{a \ln m}{p_0}\right)\right]$$

$$\varphi(z) = c_0 (m_z - m_0) - m \log\left(1 + \frac{a \ln m}{p_0}\right)$$

Um m_0, die Luftmasse im Zenit, 1 setzen zu können, setzen wir fest, dass die Tabelle für einen Ort im Meeresniveau gelten soll; a hatten wir 0,034 gesetzt, p_0 ist verschieden von Farbe zu Farbe. Wir nehmen als Äquivalent für die mittlere Farbe die Wellenlänge 575 $\mu\mu$ an und als deren Transmissionskoeffizient im Zenit $p_0 = 0{,}750$, $c_0 = 0{,}1249$. Setzen wir die Zahlenwerte in unsere Gleichung ein, so haben wir für

$$\lambda = 575\ \mu\mu : \varphi(z) = 0{,}1249\ (m_z - 1) - m \log\ (1 + 0{,}045\ \ln m)$$

(für einen rein weissen oder stark rötlich gefärbten Stern werden die beiden Zahlenfaktoren geändert werden müssen.)

Mit Hilfe dieser Gleichung sind nun die nachstehenden Werte von $\varphi(z)$ berechnet worden, von 0—70° Zenitdistanz von 5° zu 5°, von 70° bis 88° von Grad zu Grad. Es enthält Kolumne 1 die wahre Zenitdistanz, Kolumne 2 die zugehörige Luftmasse m, entnommen Bemporads Tafeln, Kolumne 3, 4, 5 den natürlichen Logarithmus von m, 0,045 ln m, und log (1 + 0,045 ln m), Kolumne 6 die Grösse m log (1 + 0,045 ln m), Kolumne 7 die Grösse $c_0 (m_z - 1)$, Kolumne 8 als Differenz der beiden vorhergehenden das gesuchte $\varphi(z)$, Kolumne 9 denselben Wert nach der mittleren Potsdamer Tabelle.

1 z	2 m_z	3 ln m_z	4 0,045 ln m	5 $\log(1+\frac{a \ln m}{p_0})$	6 m log ( )	7 $c_0 (m_z - 1)$	8 $\varphi(z)^1)$	9 $\varphi(z)^2)$ Potsdam	Diff. $\varphi(z)$ — Potsd
0									
0	1,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
5	1,004	0,004	0,0002	0,0001	0,0001	0,0005	0,0004	0,0000	+ 4
10	1,015	0,014	0,0006	0,0003	0,0003	0,0019	0,0016	0,0004	12
15	1,035	0,033	0,0015	0,0007	0,0007	0,0044	0,0037	0,0016	21
20	1,064	0,061	0,0027	0,0012	0,0013	0,0080	0,0067	0,0037	30
25	1,103	0,098	0,0044	0,0019	0,0021	0,0129	0,0108	0,0068	40
30	1,154	0,142	0,0064	0,0028	0,0032	0,0192	0,0160	0,0112	48
35	1,220	0,198	0,0089	0,0039	0,0048	0,0275	0,0227	0,0169	58
40	1,304	0,265	0,0119	0,0051	0,0067	0,0380	0,0313	0,0244	69
45	1,413	0,345	0,0155	0,0067	0,0095	0,0516	0,0421	0,0346	75
50	1,553	0,439	0,0198	0,0085	0,0132	0,0691	0,0559	0,0482	+ 77
55	1,740	0,553	0,0249	0,0107	0,0186	0,0924	0,0738	0,0667	71
60	1,995	0,690	0,0310	0,0133	0,0265	0,1243	0,0978	0,0920	58
65	2,357	0,857	0,0386	0,0164	0,0387	0,1695	0,1308	0,1276	+ 32
70	2,904	1,065	0,0479	0,0203	0,0590	0,2378	0,1788	0,1798	— 10
70	2,904	1,065	0,0479	0,0203	0,0590	0,2378	0,1788	0,1798	— 10
71	3,049	1,114	0,0501	0,0212	0,0646	0,2559	0,1913	0,1931	18
72	3,209	1,166	0,0525	0,0222	0,0712	0,2759	0,2047	0,2075	28
73	3,388	1,220	0,0549	0,0232	0,0787	0,2981	0,2194	0,2232	38
74	3,588	1,278	0,0575	0,0243	0,0872	0,3232	0,2360	0,2405	45
75	3,816	1,339	0,0603	0,0254	0,0969	0,3516	0,2547	0,2596	49
76	4,075	1,405	0,0632	0,0266	0,1084	0,3841	0,2757	0,2807	— 50
77	4,372	1,475	0,0664	0,0279	0,1220	0,4212	0,2992	0,3040	48
78	4,716	1,550	0,0698	0,0293	0,1382	0,4641	0,3259	0,3298	39
79	5,120	1,633	0,0735	0,0308	0,1577	0,5146	0,3569	0,3585	— 16
80	5,600	1,722	0,0775	0,0324	0,1814	0,5745	0,3931	0,3908	+ 23
81	6,177	1,820	0,0819	0,0342	0,2113	0,6466	0,4353	0,4279	74
82	6,884	1,929	0,0868	0,0362	0,2492	0,7349	0,4857	0,4718	139
83	7,768	2,050	0,0923	0,0383	0,2975	0,8453	0,5478	0,5260	218
84	8,900	2,186	0,0984	0,0408	0,3631	0,9867	0,6236	0,5959	277
85	10,395	2,341	0,1053	0,0435	0,4522	1,1734	0,7212	0,6892	320
86	12,439	2,520	0,1134	0,0466	0,5797	1,4287	0,8490	0,8164	+ 326
87	15,365	2,732	0,1229	0,0503	0,7729	1,7942	1,0213	0,9929	284
88	19,787	2,985	0,1343	0,0547	1,0823	2,3465	1,2642	1,2409	+ 233

Aus der Differenz $\varphi(z)$ — Potsdam ersieht man, dass bis 70° die berechneten Werte höher sind als die beobachteten, ebenso von 80° bis zum Horizont, dagegen ist zwischen 70° und 80° der Potsdamer Wert $\varphi(z)$ durchweg kleiner wie der berechnete, was nach dem Vorhergehenden auch zu erwarten war.

Will man die Extinktion in Grössenklassen angeben, so hat man, da die Grössenklasse M zur Intensität i in der Beziehung

$$M = 1 - \frac{\log i}{0{,}4}$$

1) s. Fig. 6 (⊙ ⊙ ⊙).

2) s. Fig. 6 (× × ×).

steht,

$$M_z - M_0 = \frac{\log J_0 - \log J}{0{,}4} = \frac{\varphi(z)}{0{,}4}$$

also nur $\varphi(z)$ durch 0,4 zu dividieren, um die Extinktion $M_z - M_0$ in

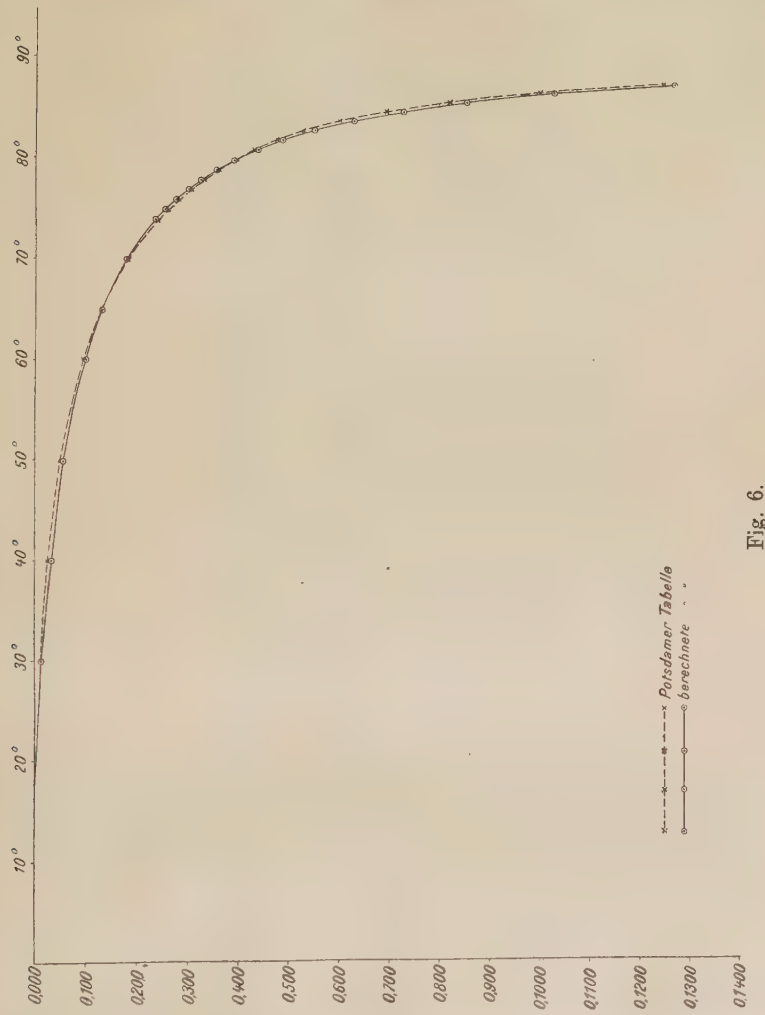


Fig. 6.

Grössenklassen zu erhalten. Wir erhalten nunmehr folgendes, wenn wir zum Vergleich noch eine von Bemporad berechnete Extinktionstabelle und die Potsdamer beobachtete hinzufügen:

Mittlere Extinktionstabelle.

z	Extinktion in Grössenklassen		
	Wolff	Bemporad	Müller
	m	m	m
0	0,000	0,000	0,000
5	0,001	0,001	0,000
10	0,004	0,003	0,001
15	0,009	0,007	0,004
20	0,017	0,013	0,009
25	0,027	0,020	0,017
30	0,040	0,030	0,028
35	0,057	0,043	0,042
40	0,078	0,060	0,061
45	0,105	0,081	0,086
50	0,140	0,108	0,120
55	0,184	0,145	0,167
60	0,244	0,195	0,230
65	0,327	0,266	0,319
70	0,447	0,373	0,449
71	0,478	0,401	0,483
72	0,512	0,432	0,519
73	0,548	0,468	0,558
74	0,590	0,507	0,601
75	0,637	0,551	0,649
76	0,689	0,602	0,702
77	0,748	0,660	0,760
78	0,815	0,728	0,824
79	0,892	0,807	0,896
80	0,983	0,901	0,977
81	1,088	1,014	1,070
82	1,214	1,152	1,179
83	1,369	1,325	1,315
84	1,559	1,547	1,490
85	1,803	1,839	1,723
86	2,122	2,240	2,041
87	2,553	2,813	2,482
88	3,160	3,678	3,102

Die Tabelle von Bemporad[1]) ist gerechnet nach der aus Bouguer's Gesetz sich ergebenden Formel

$$M_z - M_0 = -\frac{\log p}{0{,}4}(m_z - 1)$$

für p ist der mittlere Potsdamer Wert 0,835 angenommen; wie man aus der Tabelle sieht, gibt die Wahl eines konstanten Transmissionskoeffizienten p eine zu grosse berechnete Extinktion in der Nähe des Horizonts (bei $z = 88^0$ ist die Extinktion eine halbe Grössenklasse stärker als die beobachtete und die nach neuen Gesichtspunkten berechnete).

[1]) Bemporad, Veröff. Sternwarte Heidelberg IV. Tabelle XXIV.

Will man für einen Stern bestimmter Farbe die Extinktion streng berechnen, so bestimmt man seine effektive Wellenlänge λ und setzt die zugehörigen Werte c_0 und p_0 in Gleichung

$$\varphi(z) = c_0 (m_z - 1) - m \log \left(1 + \frac{a \ln m}{p_0}\right)$$

ein.

Um ein Bild darüber zu erhalten, wie gross die Unterschiede in der Extinktion verschiedener Sternfarben sind, sind im folgenden für $\lambda = 560\,\mu\mu$ und $\lambda = 590\,\mu\mu$, die als Extreme der effektiven Wellenlängen anzusehen sind, und für den mittleren Wert $\lambda = 575\,\mu\mu$ die veränderlichen Grössen p_0, c_0, $\frac{a}{p_0}$, φ nebeneinander gestellt

λ Farbe	560 $\mu\mu$ weiss	575 $\mu\mu$ gelblich	590 $\mu\mu$ rot
p_0[1])	0,740	0,750	0,760
c_0	0,1308	0,1249	0,1192
a/p_0	0,046	0,045	0,045
$\varphi(88^0)$	1,3512	1,2642	1,1571
Ext. in Gr. Kl.	3,378m	3,160m	2,893m

Der Unterschied der Extinktion in der Nähe des Horizonts beträgt im Maximum rund eine halbe Grössenklasse; sind die beobachteten Sterne nicht geradezu abnorm gefärbt, so wird im allgemeinen die mittlere Tabelle zur Reduktion auf zenitale Helligkeit genügen.

Der Umstand, dass die von Müller beobachtete Extinktion mit der hier berechneten besser übereinstimmmt, als mit der von Bemporad berechneten, ist ein Kriterium dafür, dass man mit einem mittleren und konstanten Transmissionskoeffizienten p, wie es die Bouguersche Theorie voraussetzt, nicht auskommt. Erst die Annahme einer mit der Höhe des Gestirns veränderlichen spezifischen Durchsichtigkeit der Luft, wie sie Langley und Forbes präzisierten, schafft eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung.

Zwei Versuche aus früheren Zeiten, den Transmissionskoeffizienten als Funktion der Gestirnshöhe darzustellen, mögen noch Erwähnung finden.

[1]) Abgerundete Werte statt der von Abbot u. Fowle tatsächlich gefundenen.

1886: Michalke (l. c.) hält eine Abhängigkeit der Transmission der Atmosphäre p von der Gestirnshöhe φ für wahrscheinlich und folgert aus seinen Beobachtungen und dem Lambertschen Gesetz

$$p = \alpha \sin \varphi + \beta,$$

ohne weiter auf die Bestimmung von α und β einzugehen.

1893: Bartoli und Stracciati[1]) finden auf Grund ihrer Strahlungsmessungen an der Sonne eine empirische Formel für den Zusammenhang zwischen durchgelassener Wärme Q und durchstrahlter Schicht ε.

Es ist

$$Q\varepsilon^n = C,$$

wo C eine Konstante ist und n zwischen 0,25 und 0,70 liegt, meistens $^1/_3$ ist. In Verbindung mit Pouillets Formel

$$Q = Ap^{\varepsilon}$$

erhält man

$$\log Q - \log C = -n \log \varepsilon$$
$$\log Q - \log A = \varepsilon \log p$$

für $\varepsilon = 1$ ist $\quad Q = C \quad p = p_1$

$$\log C - \log A = \log p_1$$

so dass man erhält

$$\log p = \frac{\log p_1 - n \log \varepsilon}{\varepsilon},$$

wo p der Transmissionskoeffizient für die Luftschicht ε, p_1 der für $z = o$ ist.

Mit dem angenommenen Wert $p_1 = 0{,}794$ erhält man

$\varepsilon =$	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	10,0
$p =$	0,749	0,749	0,771	0,794	0,813	0,829	0,871

Zwischen $\varepsilon = 1$ und $\varepsilon = 4$ ist eine Abnahme, dann ein Steigen des Durchlässigkeitskoeffizienten zu bemerken.

Beide Arbeiten beziehen sich nur auf die Absorption strahlender Wärme in der Atmosphäre.

Schluss.

Während Bemporad die selektive Absorption der Atmosphäre aus gleichzeitigen Beobachtungen auf zwei verschieden hoch gelegenen Stationen nachwies, ist es hier zum ersten Male gelungen, auch aus Beobachtungen auf einer Station (Methode von Bouguer-Pouillet)

[1]) Boll. d. Osservatorio centrale, Serie II, Vol. XIII, No. 4.

festzustellen, dass die spezifische Transmission sich ändert mit der Erhebung über den Horizont. Die Grundhypothese der Theorie von Lambert, Bouguer und Pouillet, die Annahme, dass die Intensität des Lichtes nach Durchlaufen der Wegeinheit immer um denselben Bruchteil geschwächt wird, kann nicht mehr aufrecht erhalten werden. Dem wird Rechnung getragen durch eine modifizierte Form des Bouguerschen Absorptionsgesetzes,

$$J_z = J_0 e^{+ c_0 m_0 - c_z m_z}$$

$$\log J_0 - \log J_z = - c_0 m_0 + c_z m_z$$

die allerdings eine Kenntnis der zenitalen Transmission der Atmosphäre voraussetzt. Die bisherigen Bestimmungsmethoden ergeben durchweg zu grosse Werte; der hier angenommene mittlere Wert $p = 0{,}750$ ist dem von Müller. für Potsdam gefundenen $p = 0{,}835$ gleichwertig, da wir sahen, dass der Fehler der Bestimmungsmethode im Mittel 0,08 war. Wenn im dritten Abschnitt für 2 Versuchsrechnungen die Abbotschen Werte $p = 0{,}697$ und $p = 0{,}700$ benützt wurden, so geschah das in der Voraussetzung, dass Wärme und Licht in ihrer Absorption durch die Atmosphäre dasselbe Verhalten zeigen; diese Annahme ist nicht zulässig und würde zu geringe Werte für die Transmission ergeben.

Weiter zeigt sich, dass Farbe und Helligkeit bei Extinktionsmessungen eine grosse, noch wenig erforschte Rolle spielen. Nicht alle Widersprüche, die sich aus dem Potsdamer Beobachtungsmaterial ergaben, konnten befriedigend gelöst werden. Streng genommen müsste für jede Spektralklasse gesondert eine Extinktionstabelle aufgestellt werden, und Vergleiche zwischen ihnen könnten erst dann stattfinden, wenn diese Tabellen auf gleiche Helligkeit der Sterne reduziert würden; denn das Farbenäquivalent, die effektive Wellenlänge hängt nicht nur von der Farbe, sondern auch von der Helligkeit eines Sternes ab.

Es ist schliesslich gelungen, eine empirische Formel für den Zusammenhang zwischen Transmission und durchstrahlter Luftmasse ausfindig zu machen. Damit ist die Möglichkeit gegeben, eine theoretische Extinktionstabelle zu berechnen; sie zeigt in der Nähe des Horizonts eine genügende Übereinstimmung mit der beobachteten Potsdamer Extinktionstabelle und beweist damit die Richtigkeit der Ansichten Langleys und Forbes über die selektive Absorption der Atmosphäre und den Grad ihrer Wirkung.

Anhang.

Über die Berechnung der von den Lichtstrahlen bei verschiedenen Zenitdistanzen durchsetzten Luftmassen

sei kurz folgendes bemerkt:

Macht man die einfachste Annahme, dass der Lichtstrahl geradlinig durch die horizontal geschichtete Atmosphäre geht, so ist der Weg s bei schiefer Inzidenz der Strahlen

$$s = s_0 \cos z,$$

wo s_0 der Weg in vertikaler Richtung durch die Atmosphäre und z die Zenitdistanz des Gestirns ist. Man vernachlässigt hierbei sowohl die Refraktion wie die Krümmung der Erdoberfläche und der zu ihr konzentrisch angenommenen Luftschichten. Da beide aber eine entgegengesetzte Wirkung auf die Krümmung des Lichtstrahls ausüben, so ist der begangene Fehler in der Bestimmung von s nicht gross, und in der Tat genügt bis 70° Zenitdistanz die obige einfache Formel. Auch Abbot und Fowle (l. c.) haben in neuester Zeit noch sich zur Reduktion ihrer Beobachtungen dieser Formel bedient, da ihre Messungen sich in dem gekennzeichneten Zenitdistanzen-Intervall bewegten.

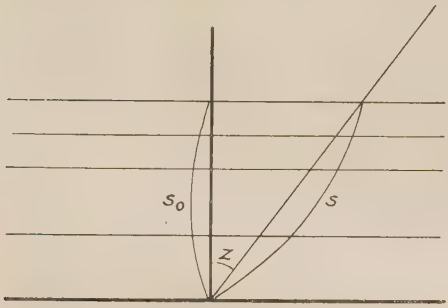


Fig. 7.

Schon Lambert und Bouguer haben sich mit der genauen Darstellung der Weglänge s beschäftigt, aber ihre Reihenentwickelungen konvergieren für grosse Zenitdistanzen teilweise sehr langsam, teilweise gar nicht[1]). Beide vernachlässigen in ihren Entwicklungen die Abnahme der Temperatur mit der Höhe, Lambert setzt ausserdem noch die Dichte der Luft als konstant voraus.

Laplace war der erste, der das Problem in Verbindung mit der Refraktion brachte; er findet die Weglänge s bei der Zenitdistanz z

$$s = \text{const.} \times \frac{\text{Refraktion}}{\sin z}$$

$$= \varkappa \, . \, a_z \sec z$$

[1]) A. Bemporad, Sulla teoria d'estinzione di Bouguer, Mem. spettr. 1901.

wo a_z den Refraktionstafeln zu entnehmen ist. Indessen nimmt auch Laplace eine mit der Höhe unveränderliche Temperatur der Luft an und gestattet sich weiterhin so eingreifende Vereinfachungen, dass man mit seiner Formel bis $z = 85^0$ fast dieselben Werte wie nach der Bouguerschen Formel erhält.

In neuerer Zeit hat Bemporad[1]) unter strenger Berücksichtigung der Refraktion und unter der Annahme einer gleichförmigen Temperaturabnahme mit der Höhe[2]) eine genaue Darstellung der Wegfunktion $s = f(z)$ gegeben. Da statt des Weges s der Lichtstrahlen besser

$$\int \delta \, . \, ds$$

wo δ die Dichte der Luft und ds das Element der Refraktionskurve bedeutet, zu setzen ist, schlägt Bemporad vor, statt der Weglänge die von den Strahlen durchsetzte „Luftmasse" einzuführen.

Das Integral

$$m = \int \delta \, . \, ds$$

hat Bemporad unter Voraussetzung mittlerer atmosphärischer Verhältnisse für verschiedene Zenitdistanzen ausgewertet. Ausserdem hat er in einer späteren Arbeit[3]), um Beobachtungen auf verschieden hoch gelegenen Stationen miteinander vergleichen zu können, auch die Luftmassen berechnet, die Strahlen bei beliebiger Zenitdistanz zwischen beliebig hoch gelegenen Orten durchsetzen; seine Tabellen gestatten die Berechnung der durchlaufenen Luftmassen bis zur Zenitdistanz von 89^0 und bis zu Höhen von 5000 m über dem Meere. Als Einheit der Luftmasse, als sogenannte „Atmosphäre", nimmt er stets diejenige Luftmasse an, die zenitale Strahlen unter normalen Bedingungen — 45^0 geogr. Breite, 0^0 C Temperatur, 760 mm Druck — von der Grenze der Atmosphäre bis zum Meerespiegel durchlaufen.

Mit Hilfe der von Bemporad gegebenen Tafeln ist die folgende Tabelle hergestellt worden; sie gibt mit den Argumenten H, Höhe über dem Meeresspiegel, und z, Zenitdistanz, die Werte der durchsetzten Luftmassen m.

---

1) Bemporad, Zur Theorie d. Extinktion. Veröff. Sternw. Heidelg. 1904

2) Eine Annahme, die aus den Ergebnissen der Berliner wissenschaftlichen Luftfahrten folgt.

3) Bemporad, Atti d. R. Accad. dei Lincei, Rom 1905.

Kolumne 1 enthält die Zenitdistanzen von 0 bis 60° von Grad zu Grad, von 60° bis 88° von Zehntel- zu Zehntelgrad.

Kolumne 2 gibt für die Seehöhe des Potsdamer Observatoriums (97 m) die vom Meeresspiegel bis 97 m Höhe durchsetzten Luftmassen in der eben gewählten Einheit für alle Zenitdistanzen.

Kolumne 3 gibt die vom Meeresspiegel bis zur Grenze der Atmosphäre durchsetzten Luftmassen.

Kolumne 4 endlich ist die Differenz von Kolumne 3 und 2, gibt also für jede Zenitdistanz die Luftmasse an, die die in Potsdam ankommenden Strahlen durchlaufen haben.

Korrektionen wegen geogr. Breite und Temperatur wurden nicht angebracht; dieselben sind äusserst klein und ausserdem ist die Potsdamer Extinktionstabelle aus mehrjährigen Beobachtungen abgeleitet, setzt also mittlere atmosphärische Verhältnisse voraus.

Tabelle
der durchsetzten Luftmassen, gültig für das Potsdamer Observatorium.

z °	m (z) Potsd.	m (z) Gr.d.At	Diff.	z °	m (z) Potsd.	m (z) Gr.d.At.	Diff.	z °	m (z) Potsd.	m (z) Gr.d.At.	Diff.
0	0,012	1,000	0,988	54	0,020	1,698	1,678	64,8	0,028	2,339	2,311
1	0,012	1,000	0,988	55	0,021	1,740	1,719	64,9	0,028	2,348	2,320
2	0,012	1,001	0,989	56	0,021	1,784	1,763	65,0	0,028	2,357	2,329
3	0,012	1,002	0,990	57	0,022	1,831	1,809	65,1	0,028	2,365	2,337
4	0,012	1,002	0,990	58	0,022	1,882	1,860	65,2	0,029	2,374	2,345
5	0,012	1,004	0,992	59	0,023	1,937	1,914	65,3	0,029	2,383	2,354
6	0,012	1,005	0,993	60	0,024	1,995	1,971	65,4	0,029	2,392	2,363
7	0,012	1,007	0,995	60,1	0,024	2,001	1,977	65,5	0,029	2,401	2,372
8	0,012	1,010	0,998	60,2	0,024	2,007	1,983	65,6	0,029	2,410	2,381
9	0,012	1,012	1,000	60,3	0,024	2,013	1,989	65,7	0,029	2,419	2,390
10	0,012	1,015	1,003	60,4	0,024	2,019	1,995	65,8	0,029	2,428	2,399
11	0,012	1,018	1,006	60,5	0,024	2,025	2,001	65,9	0,029	2,437	2,408
12	0,012	1,022	1,010	60,6	0,025	2,031	2,006	66,0	0,029	2,447	2,418
13	0,012	1,026	1,014	60,7	0,025	2,037	2,012	66,1	0,030	2,456	2,426
14	0,012	1,030	1,018	60,8	0,025	2,044	2,019	66,2	0,030	2,466	2,436
15	0,012	1,035	1,023	60,9	0,025	2,050	2,025	66,3	0,030	2,476	2,446
16	0,012	1,040	1,028	61,0	0,025	2,056	2,031	66,4	0,030	2,486	2,456
17	0,012	1,046	1,034	61,1	0,025	2,062	2,037	66,5	0,030	2,496	2,466
18	0,013	1,052	1,039	61,2	0,025	2,069	2,044	66,6	0,030	2,505	2,476
19	0,013	1,058	1,045	61,3	0,025	2,076	2,051	66,7	0,030	2,516	2,486
20	0,013	1,064	1,051	61,4	0,025	2,083	2,058	66,8	0,030	2,526	2,496
21	0,013	1,071	1,058	61,5	0,025	2,089	2,064	66,9	0,031	2,536	2,505
22	0,013	1,078	1,065	61,6	0,025	2,096	2,071	67,0	0,031	2,546	2,515
23	0,013	1,086	1,073	61,7	0,025	2,102	2,077	67,1	0,031	2,556	2,525
24	0,013	1,094	1,081	61,8	0,025	2,109	2,084	67,2	0,031	2,567	2,536
25	0,013	1,103	1,090	61,9	0,026	2,116	2,090	67,3	0,031	2,577	2,546
26	0,013	1,112	1,099	62,0	0,026	2,123	2,097	67,4	0,031	2,588	2,557
27	0,014	1,122	1,108	62,1	0,026	2,130	2,104	67,5	0,031	2,599	2,568
28	0,014	1,132	1,118	62,2	0,026	2,137	2,111	67,6	0,031	2,610	2,579
29	0,014	1,143	1,129	62,3	0,026	2,144	2,118	67,7	0,031	2,621	2,590
30	0,014	1,154	1,140	62,4	0,026	2,151	2,125	67,8	0,032	2,632	2,600
31	0,014	1,166	1,152	62,5	0,026	2,158	2,132	67,9	0,032	2,643	2,611
32	0,014	1,178	1,164	62,6	0,026	2,165	2,139	68,0	0,032	2,654	2,622
33	0,014	1,191	1,177	62,7	0,026	2,172	2,146	68,1	0,032	2,665	2,633
34	0,014	1,205	1,191	62,8	0,026	2,180	2,154	68,2	0,032	2,677	2,645
35	0,015	1,220	1,205	62,9	0,026	2,187	2,161	68,3	0,032	2,688	2,656
36	0,015	1,235	1,220	63,0	0,026	2,195	2,169	68,4	0,032	2,700	2,668
37	0,015	1,251	1,236	63,1	0,026	2,203	2,177	68,5	0,033	2,712	2,679
38	0,015	1,267	1,252	63,2	0,027	2,211	2,184	68,6	0,033	2,724	2,691
39	0,016	1,285	1,269	63,3	0,027	2,218	2,191	68,7	0,033	2,736	2,703
40	0,016	1,304	1,288	63,4	0,027	2,226	2,199	68,8	0,033	2,748	2,715
41	0,016	1,324	1,308	63,5	0,027	2,234	2,207	68,9	0,033	2,760	2,727
42	0,016	1,344	1,328	63,6	0,027	2,242	2,215	69,0	0,033	2,773	2,740
43	0,016	1,366	1,350	63,7	0,027	2,250	2,223	69,1	0,034	2,785	2,751
44	0,017	1,389	1,372	63,8	0,027	2,258	2,231	69,2	0,034	2,798	2,764
45	0,017	1,413	1,396	63,9	0,027	2,266	2,239	69,3	0,034	2,811	2,777
46	0,017	1,438	1,421	64,0	0,027	2,274	2,247	69,4	0,034	2,824	2,790
47	0,017	1,464	1,447	64,1	0,027	2,282	2,255	69,5	0,034	2,837	2,803
48	0,018	1,492	1,474	64,2	0,027	2,290	2,263	69,6	0,034	2,850	2,816
49	0,018	1,522	1,504	64,3	0,028	2,298	2,270	69,7	0,034	2,863	2,829
50	0,019	1,553	1,534	64,4	0,028	2,306	2,278	69,8	0,035	2,877	2,842
51	0,019	1,586	1,567	64,5	0,028	2,314	2,286	69,9	0,035	2,890	2,855
52	0,019	1,621	1,602	64,6	0,028	2,322	2,294	70,0	0,035	2,904	2,869
53	0,020	1,658	1,638	64,7	0,028	2,330	2,302	70,1	0,035	2,918	2,883

z °	m(z) Potsd.	m(z) Gr.d.At.	Diff.	z °	m(z) Potsd.	m(z) Gr.d.At.	Diff.	z °	m(z) Potsd.	m(z) Gr.d.At.	Diff.
70,2	0,035	2,932	2,897	76,2	0,050	4,131	4,081	82,2	0,089	7,045	6,956
70,3	0,036	2,946	2,910	76,3	0,050	4,159	4,109	82,3	0,090	7,128	7,038
70,4	0,036	2,960	2,924	76,4	0,051	4,188	4,137	82,4	0,092	7,213	7,121
70,5	0,036	2,975	2,939	76,5	0,051	4,218	4,167	82,5	0,093	7,300	7,207
70,6	0,036	2,989	2,953	76,6	0,052	4,248	4,196	82,6	0,094	7,389	7,295
70,7	0,036	3,004	2,968	76,7	0,052	4,278	4,226	82,7	0,096	7,481	7,385
70,8	0,036	3,019	2,983	76,8	0,052	4,309	4,257	82,8	0,097	7,574	7,477
70,9	0,037	3,034	2,997	76,9	0,053	4,340	4,287	82,9	0,099	7,670	7,571
71,0	0,037	3,049	3,012	77,0	0,053	4,372	4,319	83,0	0,100	7,768	7,668
71,1	0,037	3,064	3,027	77,1	0,053	4,404	4,351	83,1	0,101	7,869	7,768
71,2	0,037	3,079	3,042	77,2	0,054	4,436	4,382	83,2	0,103	7,972	7,869
71,3	0,037	3,095	3,058	77,3	0,054	4,469	4,415	83,3	0,104	8,078	7,974
71,4	0,038	3,110	3,072	77,4	0,055	4,503	4,448	83,4	0,106	8,186	8,080
71,5	0,038	3,126	3,088	77,5	0,055	4,537	4,482	83,5	0,107	8,298	8,191
71,6	0,038	3,142	3,104	77,6	0,055	4,572	4,517	83,6	0,109	8,412	8,303
71,7	0,038	3,159	3,121	77,7	0,056	4,607	4,551	83,7	0,110	8,529	8,419
71,8	0,038	3,175	3,137	77,8	0,056	4,643	4,587	83,8	0,112	8,650	8,538
71,9	0,039	3,192	3,153	77,9	0,057	4,679	4,622	83,9	0,113	8,773	8,660
72,0	0,039	3,209	3,170	78,0	0,057	4,716	4,659	84,0	0,115	8,900	8,785
72,1	0,039	3,226	3,187	78,1	0,058	4,753	4,695	84,1	0,117	9,032	8,915
72,2	0,039	3,243	3,204	78,2	0,058	4,792	4,734	84,2	0,119	9,166	9,047
72,3	0,039	3,260	3,221	78,3	0,059	4,831	4,772	84,3	0,121	9,304	9,183
72,4	0,040	3,278	3,238	78,4	0,059	4,870	4,811	84,4	0,123	9,447	9,324
72,5	0,040	3,296	3,256	78,5	0,060	4,910	4,850	84,5	0,125	9,593	9,468
72,6	0,040	3,314	3,274	78,6	0,060	4,950	4,890	84,6	0,127	9,744	9,617
72,7	0,040	3,332	3,292	78,7	0,061	4,992	4,931	84,7	0,130	9,900	9,770
72,8	0,040	3,350	3,310	78,8	0,061	5,034	4,973	84,8	0,133	10,060	9,927
72,9	0,041	3,369	3,328	78,9	0,062	5,077	5,015	84,9	0,135	10,225	10,090
73,0	0,041	3,388	3,347	79,0	0,062	5,120	5,058	85,0	0,138	10,395	10,257
73,1	0,041	3,407	3,366	79,1	0,063	5,164	5,101	85,1	0,141	10,571	10,430
73,2	0,041	3,426	3,385	79,2	0,064	5,210	5,146	85,2	0,144	10,752	10,608
73,3	0,042	3,445	3,403	79,3	0,064	5,256	5,192	85,3	0,147	10,939	10,792
73,4	0,042	3,465	3,423	79,4	0,065	5,303	5,238	85,4	0,150	11,133	10,983
73,5	0,042	3,485	3,443	79,5	0,065	5,351	5,286	85,5	0,153	11,333	11,180
73,6	0,042	3,505	3,463	79,6	0,066	5,399	5,333	85,6	0,156	11,540	11,284
73,7	0,043	3,526	3,483	79,7	0,067	5,448	5,381	85,7	0,160	11,753	11,593
73,8	0,043	3,546	3,503	79,8	0,068	5,498	5,430	85,8	0,164	11,974	11,810
73,9	0,043	3,567	3,524	79,9	0,068	5,549	5,481	85,9	0,168	12,202	12,034
74,0	0,043	3,588	3,545	80,0	0,069	5,600	5,531	86,0	0,172	12,439	12,267
74,1	0,044	3,610	3,566	80,1	0,070	5,652	5,582	86,1	0,177	12,685	12,508
74,2	0,044	3,632	3,588	80,2	0,071	5,705	5,634	86,2	0,182	12,940	12,758
74,3	0,044	3,654	3,610	80,3	0,071	5,760	5,689	86,3	0,187	13,204	13,017
74,4	0,045	3,676	3,631	80,4	0,072	5,816	5,744	86,4	0,192	13,478	13,286
74,5	0,045	3,699	3,654	80,5	0,073	5,873	5,800	86,5	0,197	13,763	13,566
74,6	0,045	3,722	3,677	80,6	0,074	5,932	5,858	86,6	0,203	14,059	13,856
74,7	0,045	3,745	3,700	80,7	0,075	5,992	5,917	86,7	0,209	14,366	14,157
74,8	0,046	3,768	3,722	80,8	0,075	6,053	5,978	86,8	0,215	14,686	14,471
74,9	0,046	3,792	3,746	80,9	0,076	6,114	6,038	86,9	0,222	15,018	14,796
75,0	0,046	3,816	3,770	81,0	0,077	6,177	6,100	87,0	0,229	15,365	15,136
75,1	0,047	3,840	3,793	81,1	0,078	6,241	6,163	87,1	0,237	15,725	15,488
75,2	0,047	3,865	3,818	81,2	0,079	6,306	6,227	87,2	0,245	16,102	15,857
75,3	0,047	3,890	3,843	81,3	0,080	6,373	6,293	87,3	0,254	16,494	16,240
75,4	0,047	3,915	3,868	81,4	0,081	6,442	6,361	87,4	0,264	16,903	16,639
75,5	0,048	3,941	3,893	81,5	0,082	6,512	6,430	87,5	0,275	17,331	17,056
75,6	0,048	3,967	3,919	81,6	0,082	6,583	6,501	87,6	0,285	17,778	17,493
75,7	0,048	3,993	3,945	81,7	0,083	6,656	6,573	87,7	0,298	18,247	17,949
75,8	0,049	4,020	3,971	81,8	0,084	6,730	6,646	87,8	0,311	18,736	18,425
75,9	0,049	4,047	3,998	81,9	0,085	6,806	6,721	87,9	0,326	19,249	18,923
76,0	0,049	4,075	4,026	82,0	0,086	6,884	6,798	88,0	0,343	19,787	19,444
76,1	0,050	4,103	4,053	82,1	0,087	6,964	6,877				

Lebenslauf.

Als Sohn des verstorbenen Fabrikbesitzers Arthur Wolff und seiner Ehefrau Celeste geb. de Rège, wurde ich, Hans Günther Wolff, am 14. August 1884 zu Breslau geboren.

Anfänglich privatim vorbereitet, besuchte ich vom Herbst 1893 ab das städt. Johannes-Gymnasium, das ich Ostern 1903 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Zu besonderem Dank fühle ich mich meinem langjährigen Mathematiklehrer, Herrn Prof. Dr. E. Toeplitz, verpflichtet, dessen ausgezeichneter Unterricht eine wesentliche Grundlage und Anregung zu meinem späteren Studium bildete.

Das Sommer-Semester 1903 studierte ich in Tübingen, darauf 2 Semester in Breslau, je 1 Semester in Berlin und Straßburg, um schließlich den Rest meiner Studienzeit wieder in Breslau zuzubringen und dabei die vorliegende Arbeit zu verfertigen. Ich widmete mich vor allem astronomischen, mathematischen und naturwissenschaftlichen Studien, trieb aber nebenbei auch orientalische Sprachen: Ägyptisch, Koptisch, Arabisch.

Ich hörte Übungen und Vorlesungen der folgenden Herren Professoren und Dozenten:

in Tübingen: Paschen, von Stahl, Waitz;
in Berlin: Bauschinger, Scheiner, Schottky, H. A. Schwarz;
in Straßburg: Becker, Braun, Reye, Spiegelberg, H. Weber, Wirtz, Wislicenus, Th. Ziegler;
in Breslau: † Abegg, Baumgartner, von dem Borne, Franz, Frech, † Freudenthal, Herz, Kneser, London, Lummer, Meissner, E. Neumann, Passarge, E. Pringsheim, Rosanes, Schaefer, Stern, Sturm, Volz.

Ihnen allen gebührt mein aufrichtiger Dank; dem Direktor der Breslauer Sternwarte, Herrn Prof. Dr. J. Franz, der mir seit Anbeginn meines Studiums, vor allem bei Abfassung vorliegender Arbeit mit seinem bewährten Rat zur Seite stand, fühle ich mich am tiefsten verpflichtet.

Seit dem 1. März 1911 bin ich als außerordentlicher wissenschaftlicher Hilfsarbeiter am Kgl. preußischen meteorologisch-magnetischen Observatorium in Potsdam beschäftigt.

Fig. 1b

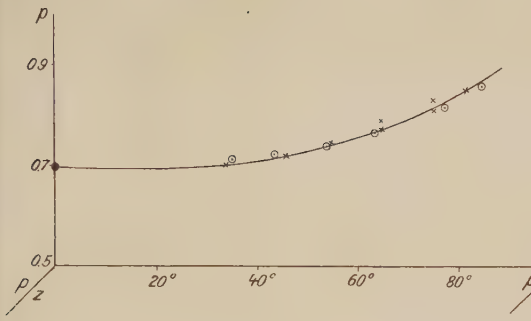


Fig 1c

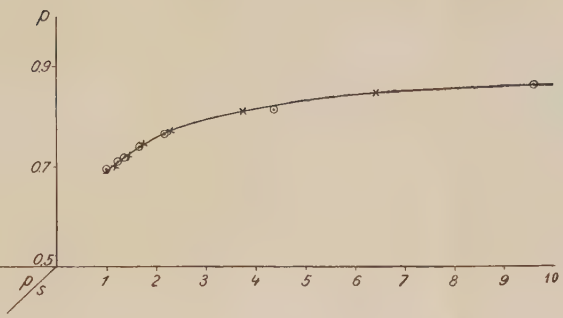


Fig 1a

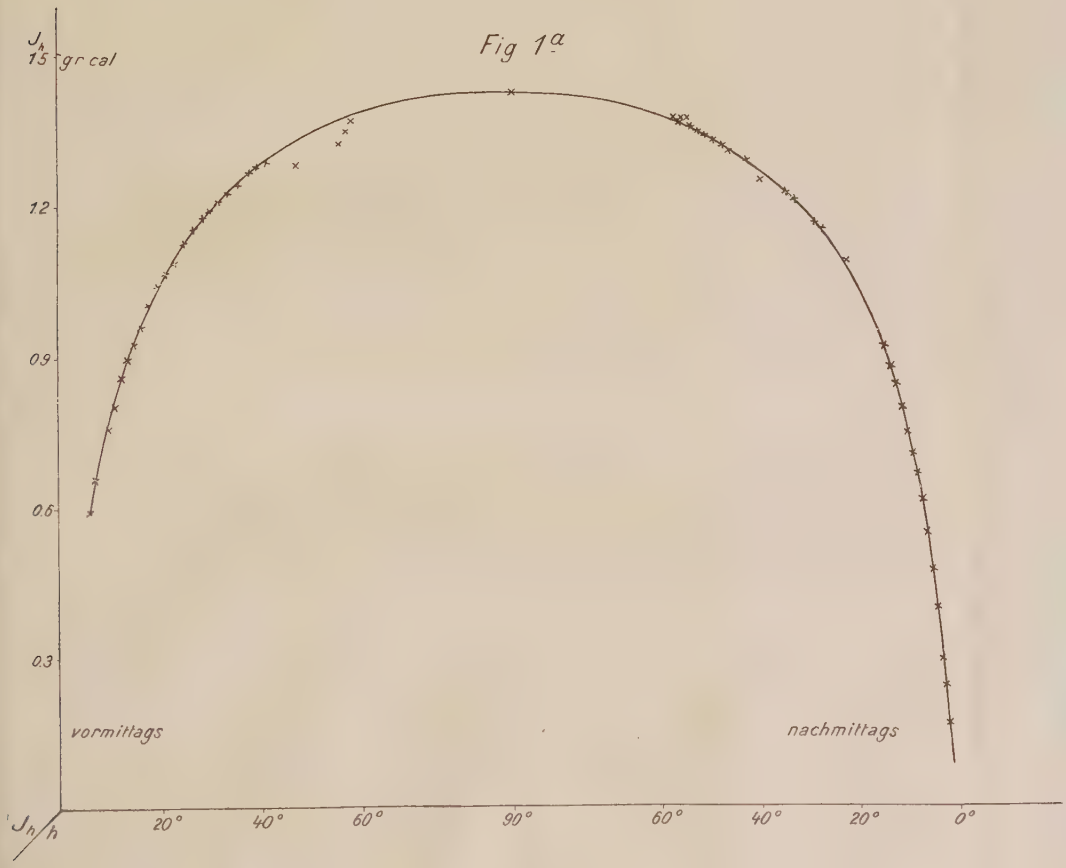


Fig. 2b

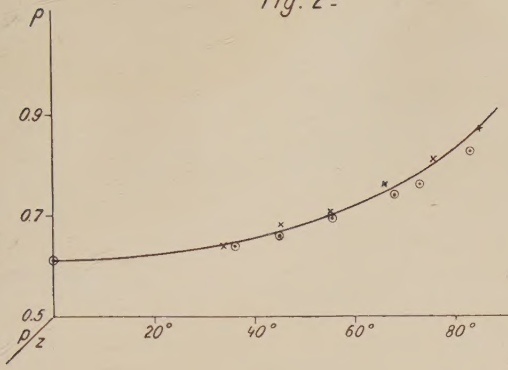


Fig. 2c

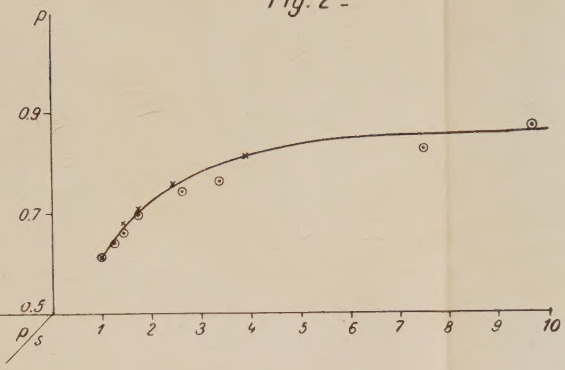


Fig. 2a

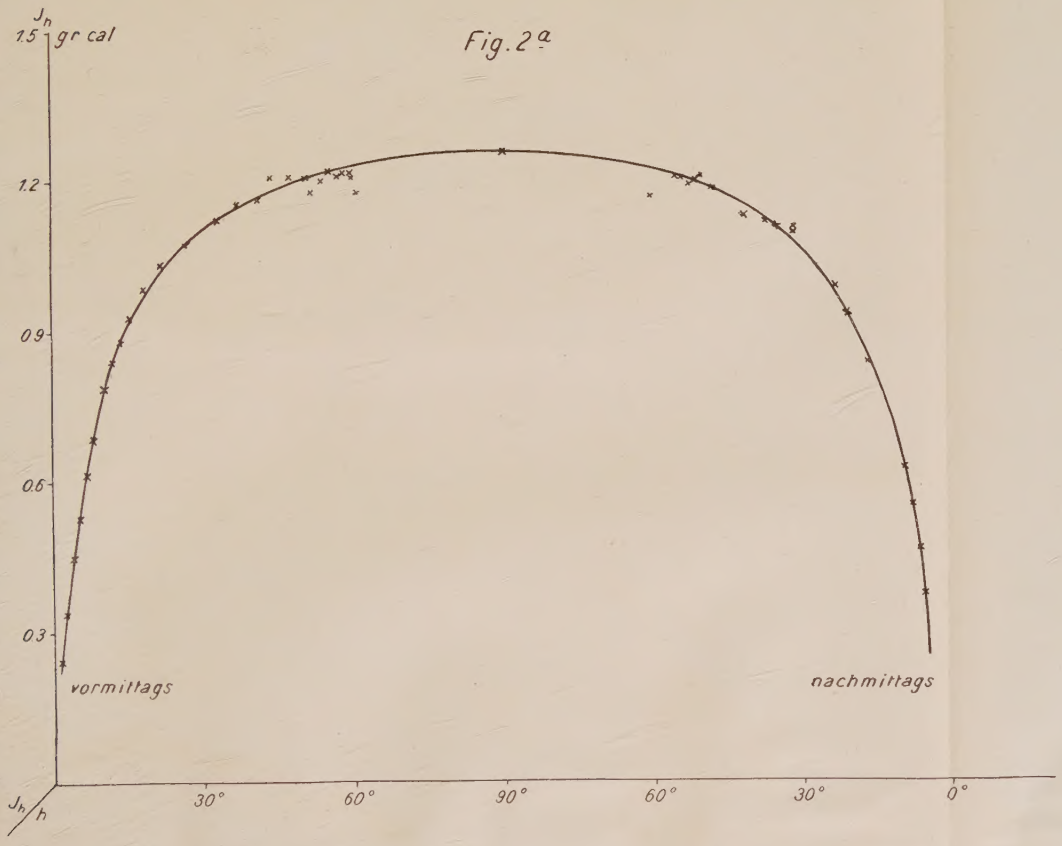


Fig. 3b

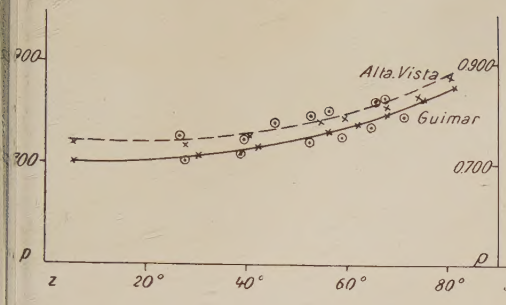


Fig. 3c

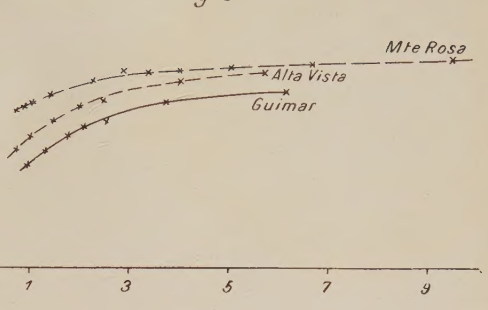
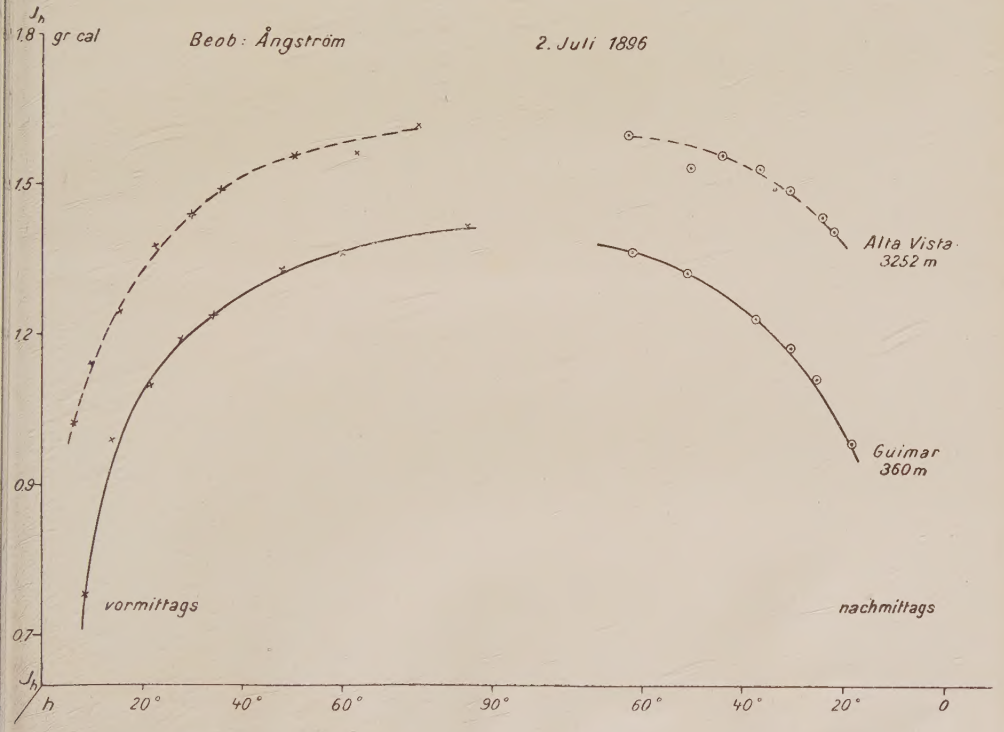



Fig. 3a